

112 年度縣市學生學習能力檢測

數學七年級施測結果報告

國立臺中教育大學

National Taichung University of Education

測驗統計與適性學習研究中心

中華民國 112 年 12 月

目錄

壹、背景與目的.....	1
一、背景.....	1
二、目的.....	1
貳、參與縣市與檢測規模.....	2
參、檢測對象與檢測工具.....	3
一、檢測對象.....	3
二、檢測工具.....	4
肆、試題分析與教學建議.....	6
伍、整體學力表現分析.....	81
一、不同背景變項學生整體學力表現分析.....	81
二、國民中學七年級學生於不同學習重點之答對率表現.....	84
陸、整體教學建議.....	88
柒、附錄.....	100

壹、背景與目的

一、背景

測驗與評量是教育歷程中十分重要的一環，透過學力檢測可協助師生瞭解學生之學習成效與升學進路，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入，教育當局亦能評估施行的相關政策，透過調節教育資源來強化發展教學成效。

107 年開始，桃園市等五縣市以委託形式，由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心協助辦理縣市學生學習能力檢測試題研發暨資料分析工作，108 年起，改以中心自辦學力檢測研發，各縣市依需求參與形式運作，112 年度有基隆市、新北市、桃園市、新竹縣、新竹市、苗栗縣、臺中市、南投縣、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣以及金門縣等十六縣市共同參與，檢測對象為國民中小學三年級至八年級學生，檢測科目包含國語文、數學和英語文。

此份報告係根據檢測分析結果撰寫，現場教師可據以瞭解學生於各評量向度之表現情形，進而對學生進行適性適才之教學；教育決策者亦可更精準的將相關資源挹注於需求性相對較高的教育現場，讓教育和教學有效的朝「把每一個孩子帶上來」的方向前進。

二、目的

- (一) 測驗專責單位統一研發試題，降低各縣市命題壓力和研發成本。
- (二) 國民小學及國民中學學生學習能力檢測分析結果，協助教師瞭解學生學習概況以及科目內有待加強之內容向度。
- (三) 不同背景變項國民小學及國民中學學生學習能力表現之差異分析，可做為學校輔導或教育政策研擬之參考。

貳、參與縣市與檢測規模

本年度縣市學生學習能力檢測於 112 年 5 月 25 日進行，數學七年級施測人數為 51,230 人。各縣市在數學七年級之詳細參與情形如下表 2-1 所示。

表 2-1 112 年度國民中學學生學習能力檢測數學七年級縣市參與人數摘要表

參與縣市	報考學生人數	到考人數	缺考人數
基隆市	2,356	2,259	97
桃園市	18,321	17,573	748
苗栗縣	3,908	3,753	155
南投縣	3,424	3,231	193
雲林縣	4,978	4,726	252
嘉義縣	2,261	2,162	99
臺南市	10,544	10,093	451
屏東縣	4,861	4,578	283
花蓮縣	2,436	2,281	155
金門縣	579	574	5
總計	53,668	51,230	2,438

參、檢測對象與檢測工具

一、檢測對象

112 年參與國立臺中教育大學所承辦「國民中學數學七年級學生學習能力檢測」者為基隆市、桃園市、苗栗縣、南投縣、雲林縣、嘉義縣、臺南市、屏東縣、花蓮縣及金門縣等十縣市之國民中學七年級學生（未排除資源班及特殊生），應考名冊羅列 53,668 人、實際施測人數 51,230 人，其中男生 26,673 人、女生 24,457 人、未填寫性別 100 人，整體缺考率約為 4.5%。

根據教育部統計處資料顯示，111 學年我國國民中學校數為 967 校，參與本次學力檢測計 362 校，約佔全國國民中學總校數之 37%。參照傅仰止、蘇國賢、吳齊殷、廖培珊、謝淑惠（2018）對臺灣鄉鎮市區類型研究之分類，由於該計畫未包含金門縣和連江縣，本中心參考傅仰止等人（2018）研究的因子及縣市地區的人口結構，將金門縣鄉鎮市區類型分類。本次參與數學七年級學力檢測學校之 362 校中隸屬：

- ✓ 都會核心者（人口密度、專科以上教育、青壯年人口及服務業百分比最高）6 校。
- ✓ 工商市區（僅次於都會核心之商業高度發展地區）54 校。
- ✓ 新興市鎮（同時具有活絡的工業生產活動以及商業服務和相關工作能力）86 校。
- ✓ 傳統產業市鎮（就業人口供給較低、老年居民較多，僅能固守既有的傳統產業）52 校。
- ✓ 低度發展鄉鎮（就業人口及教育程度低，老年人口偏多，無明顯工商業活動與發展）104 校。
- ✓ 高齡化鄉鎮（工商服務相關屬性最低，較低人口密度與教育程度）42 校。
- ✓ 偏遠鄉鎮（低度工商業發展，存有最低層教育程度及人數稀少的居民）18 校。

二、檢測工具

「國民中學數學七年級學生學習能力檢測」(以下簡稱學力檢測)是由國立臺南大學教育系教授邀集臺南市現職國民中學教師組成命題團隊，一同編製、檢視而成。本次學力檢測試題包括「評量指標 - 知識向度」與「評量指標 - 認知向度」等兩個向度。其中，評量指標 - 知識向度包含數與量、空間形狀與坐標幾何以及代數與函數等三個指標；評量指標 - 認知向度包含概念理解、程序執行與解題思考等三個指標。學力檢測施測之正式題本總題數為 25 題，試題評量架構與試題各面向之題數分布如表 3-1 所示。

表 3-1 數學領域七年級正式題本評量指標架構與試題之題數分布

	認知向度			
知識向度	概念理解	程序執行	解題思考	
數與量	3	5	3	
空間形狀與坐標幾何	1	1	-	
代數與函數	4	4	4	

命題團隊為顧及試題分布之均衡性，依概念理解、程序執行與解題思考等三個評量指標 - 認知向度；數與量、空間形狀與坐標幾何以及代數與函數等三個評量指標 - 知識向度，二個面向進行測驗試題之設計。「**數與量**」包括 100 以內的質數、質因數分解的標準分解、數 (正負整數、分數、小數) 的四則混合運算、數的運算規律、數線、指數的意義、指數律、科學記號、比與比例式；「**空間形狀與坐標幾何**」包括平面直角坐標系；「**代數與函數**」包括代數符號、一元一次方程式的意義、解法與應用、二元一次聯立方程式的意義、解法與應用、二元一次聯立方程式的幾何意義。詳細試題內容於各評量指標之分布題數如表 3-2 所示。

表 3-2 數學領域七年級施測正式題本於評量指標之題數分析

向度	學習重點	題數	題號
數與量	概念理解	N-7-1、N-7-9、N-7-5	3 02、08、24
	程序執行	N-7-4、N-7-6、N-7-3、 N-7-7、N-7-8	5 04、10、12、14、21
	解題思考	N-7-5、N-7-2、N-7-9	3 03、18、23
空間形狀與 坐標幾何	概念理解	G-7-1	1 11
	程序執行	G-7-1	1 06
代數與函數	概念理解	A-7-2、A-7-1、A-7-1、 A-7-4	4 09、13、15、17
	程序執行	A-7-3、A-7-4、A-7-6、 A-7-2	4 05、07、20、25
	解題思考	A-7-5、A-7-5、A-7-1、 A-7-6	4 01、16、19、22

肆、試題分析與教學建議

本報告先分析「112 年國民中學數學七年級學生學習能力檢測」結果，再針對各試題提供相關建議，本試卷信度 Cronbach's alpha 值為 0.84，具一致性、穩定性及可靠性。

整份試卷未作答、連續五題以上未作答或答對率低於 0.25，且作答反應中有疑似亂答為無效樣本者予以刪除，資料整理後納入分析之有效樣本數為 47,250 人，其中各科試題分析結果呈現時所涉及的名詞分別定義如表 4-1。

表 4-1 試題分析名詞解釋

試題分析名詞	解釋
高分組	參與測驗有效樣本總分排名前 27%之學生。
低分組	參與測驗有效樣本總分排名後 27%之學生。
選答率	參與測驗有效樣本於此試題選答各選項之比率。
通過率	參與測驗有效樣本之試題答對率。
鑑別度	高分組試題答對率與低分組試題答對率之差。

試題代碼：本次學力檢測試題分析報告中，每道數學題幹均配有一組試題代碼「112-Mn₁-□n₂-n₃」。其中，M 表示「數學科」；n₁ 表示「n₁ 年級」；□表示「知識向度」(A：數與量；B：空間形狀與坐標幾何；C：代數與函數)；n₂ 表示「認知向度」(1：概念理解；2：程序執行；3：解題思考)；n₃ 表示「題號」(01 表示第 1 題)。

題號	試題代碼		答案				
1	112-M7-C3-01		C				
學習重點	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。						
知識向度	代數與函數		認知向度		解題思考		
題目	<p>小歐在解一道卡牌問題，每張卡牌都只有一個數字。他只知道以下三個訊息：</p> <p>訊息一：卡牌總共有 9 張。</p> <p>訊息二：卡牌上的數字只有 2 種，分別為：2、5。</p> <p>訊息三：所有卡牌的數字的總和為 27。</p> <p>請問卡牌中數字是 5 的有多少張？</p> <p>(A)1</p> <p>(B)2</p> <p>(C)3</p> <p>(D)4</p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：82%
	全 體	0.05	0.07	0.82	0.06	0.00	
	高分組	0.01	0.00	0.98	0.00	0.00	鑑別度：0.44
	低分組	0.12	0.19	0.54	0.14	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定含有兩個未知量的情境題，要求學生列出二元一次聯立方程式並求解，評量學生是否具備二元一次聯立方程式解題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 82%，高分組答對率 98%，低分組答對率 54%，鑑別度 0.44。							
2. 82%的學生選擇正確答案 C；5%的學生選擇 A；7%的學生選擇 B；6%的學生選擇 D。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.44，正確答案為選項C，通過率為82%，顯示超過八成的學生已具備二元一次聯立方程式解題的能力。
2. 有5%的學生選擇A (低分組有12%)，這些學生可能誤將9張視為數字和9，得 $2 \times 2 + 5 = 9$ ，因此判斷數字2的有2張，數字5的有1張。這些學生可能尚未具備二元一次聯立方程式解題的能力。
3. 有7%的學生選擇B (低分組有19%)、有6%的學生選擇D (低分組有14%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未具備二元一次聯立方程式解題的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。	無

三、教學建議

(一) 複習二元一次聯立方程式解題的代入消去法，加減消去法。

(二) 以本題為例，進行解題說明：

根據題意的訊息一及訊息二，可以知道數字2及數字5的數量共9張，以此進行假設數字2的有 x 張，數字5的有 y 張，則可列出張數的關係式： $x+y=9$ 。

由訊息三及上述的假設，可以列出總和的關係式： $2x+5y=27$

將以上得到的兩個關係式合併成為二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} x + y = 9 \dots\dots\dots ① \\ 2x + 5y = 27 \dots\dots ② \end{cases}$$

接著再利用加減消去法進行解題

第①式 $\times 2$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 18 \dots\dots ③ \\ 2x + 5y = 27 \dots\dots ② \end{cases}$$

第②式-第③式 $3y=9$ ，得 $y=3$

題號	試題代碼		答案				
2	112-M7-A1-02		C				
學習重點	N-7-1 100 以內的質數：質數和合數的定義；質數的篩法。						
知識向度	數與量		認知向度		概念理解		
題目	<p>下圖是利用短除法對 90 做質因數分解的過程。</p> $ \begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ \underline{18} \\ 3 \overline{) 18} \\ \underline{6} \\ 3 \overline{) 6} \\ \underline{2} \\ c \end{array} $ <p>請問下列敘述何者正確？</p> <p>(A) a 是質數</p> <p>(B) b 是質數</p> <p>(C) c 是質數</p> <p>(D) 90 是質數</p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：83%
	全 體	0.04	0.05	0.83	0.08	0.00	
	高分組	0.00	0.00	0.99	0.01	0.00	鑑別度：0.44
	低分組	0.12	0.14	0.55	0.18	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定一個短除法做質因數分解的算式，要求學生選出正確的敘述，評量學生是否具備利用短除法做質因數分解的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 83%，高分組答對率 99%，低分組答對率 55%，鑑別度 0.44。							
2. 83%的學生選擇正確答案 C；4%的學生選擇 A；5%的學生選擇 B；8%的學生選擇 D。							

(三) 選項及學生表現說明

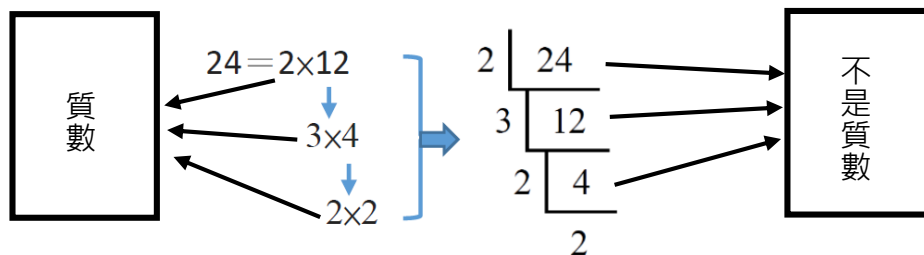
1. 本題鑑別度為0.44，正確答案為選項C，通過率為83%，顯示超過八成的學生已具備利用短除法做質因數分解的能力。
2. 有4%的學生選擇A(低分組有12%)、有5%的學生選擇B(低分組有14%)、有8%的學生選擇D(低分組有18%)，這些學生尚未具備利用短除法做質因數分解的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-6-1 20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。	N-7-1 100 以內的質數；質數和合數的定義；質數的篩法。	N-7-2 質因數分解的標準分解式；質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。

三、教學建議

- (一) 複習如何運用短除法進行一個正整數的質因數分解。分解過程中，每個數都是質因數。以 24 為例，將 24 分解到不能再分解，就是將 24 寫成質因數的連乘積，其中的 2 和 3 都是質數，但 12 和 4 都不是質數。

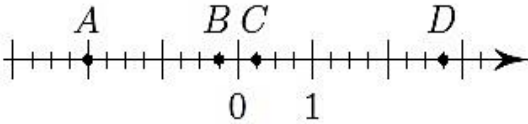


- (二) 以本題目說明解題步驟。

方法一：認真的完成短除法，確認只有 c 是質數。

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 90} \\
 \underline{18} \\
 3 \overline{) 45} \\
 \underline{15} \\
 3 \overline{) 15} \\
 \underline{15} \\
 5
 \end{array}$$

方法二：利用上述的結論思考，一定只有 c 是質數。

題號	試題代碼		答案				
3	112-M7-A3-03		D				
學習重點	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a, b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。						
知識向度	數與量	認知向度	解題思考				
題目	數線上 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 、 $D(d)$ 四點的相對位置關係如下圖。  下列哪個選項的敘述是 <u>錯誤</u> 的？ (A) C 點所表示的數為 $\frac{1}{4}$ (B) $a < b < c < d$ (C) b 和 c 互為相反數 (D) $ a < b < c < d $						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：78%
	全 體	0.07	0.07	0.07	0.78	0.00	
	高分組	0.00	0.01	0.01	0.98	0.00	鑑別度：0.56
	低分組	0.21	0.19	0.19	0.41	0.00	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定數線及數線上四點，要求學生選出錯誤的選項，評量學生是否理解數線與絕對值的意義及其性質。							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 78%，高分組答對率 98%，低分組答對率 41%，鑑別度 0.56。
2. 78%的學生選擇正確答案 D；7%的學生選擇 A；7%的學生選擇 B；7%的學生選擇 C。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.56，正確答案為選項D，通過率為78%，顯示近八成的學生已理解數線與絕對值的意義及性質。
2. 有7%的學生選擇A(低分組有21%)，有7%的學生選擇B(低分組有19%)，也有7%的學生選擇C(低分組有19%)，這些學生可能誤解題意，以為要選出正確的答案。

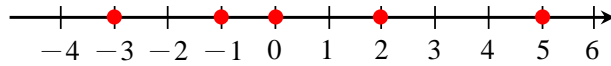
二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-3-11 整數數線：認識數線，含報讀與標示。連結數序、長度、尺的經驗，理解在數線上做比較、加、減的意義。 備註：數線須從 0 開始。運用長度加減法 (N-2-11)，理解在數線上做加、減的意義。</p> <p>N-4-8 數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。</p>	<p>N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $a-b$ 表示數線上兩點 a, b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。</p>	<p>G-8-1 直角坐標系上兩點距離公式：直角坐標系上兩點 $A(a, b)$ 和 $B(c, d)$ 的距離為 $\overline{AB} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$；生活上相關問題。</p>

三、教學建議

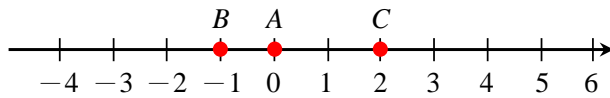
(一) 下面以「A 點的坐標為 0，B 點的坐標為 -1，C 點的坐標為 2，將 A、B、C 標示在數線上」為例，說明如何幫助學生解題。

1. 先幫學生複習在數線上標點，例如：0，-1，2，-3，5。



其中 $5 > 2 > 0 > -1 > -3$

2. 要求學生在數線上標出 A(0)，B(-1)，C(2)

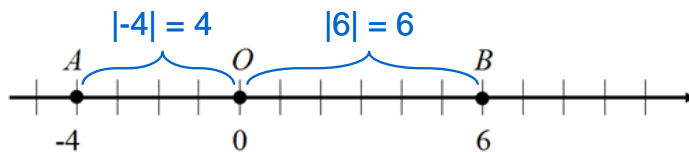


發現 $-1 < 0 < 2$ ，在數線上由左而右為 B、A、C。

3. 發現越右邊的點表示的數越大，越左邊的點表示的數越小。

(二) 複習絕對值的意義：

在數線上，一點 P 的坐標為 x ，則坐標 x 的絕對值代表該 P 到原點的距離，例如：



A(-4)到原點的距離 = $|-4| = 4$ ，B(6)到原點的距離 = $|6| = 6$

題號	試題代碼		答案				
4	112-M7-A2-04		D				
學習重點	N-7-4 數的運算規律：交換律；結合律；分配律； $-(a+b)=-a-b$ ； $-(a-b)=-a+b$ 。						
知識向度	數與量		認知向度		程序執行		
題目	計算 $1234 \times (66 + 55) - 1234 \times (65 + 54) = ?$ (A)1 (B)2 (C)1234 (D)2468						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：64%
	全 體	0.05	0.18	0.12	0.64	0.00	
	高分組	0.01	0.07	0.06	0.87	0.00	鑑別度：0.46
	低分組	0.12	0.26	0.21	0.40	0.00	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定一個算式，要求學生計算出結果，評量學生是否具備利用分配律簡化計算的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 64%，高分組答對率 87%，低分組答對率 40%，鑑別度 0.46。
2. 64%的學生選擇正確答案 D；5%的學生選擇 A；18%的學生選擇 B；12%的學生選擇 C。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.46，正確答案為選項D，通過率為64%，顯示超過六成的學生已具備利用分配律簡化計算的能力。
2. 有5%的學生選擇A(低分組有12%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未具備利用分配律簡化計算的能力。
3. 有18%的學生選擇B(低分組有26%)，這些學生可能忽略1234，只計算 $(66+55)-$

$(65+54)=2$ ，這些學生可能尚未具備利用分配律簡化計算的能力。

4. 有12%的學生選擇C (低分組有21%)，這些學生可能忽略 $(66+55)-(65+54)$ ，認為答案是1234或以為 $(66+55)-(65+54)=1$ ，而計算結果為1234，這些學生可能尚未具備利用分配律簡化計算的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-6-5 解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數協助解題。	N-7-4 數的運算規律：交換律；結合律；分配律； $-(a+b)=-a-b$ ； $-(a-b)=-a+b$ 。	N-8-1 二次方根：二次方根的意義；根式的化簡及四則運算。

三、教學建議

(一) 複習分配律。

$$(b+c) \times a = a \times (b+c) = a \times b + a \times c \quad (b-c) \times a = a \times (b-c) = a \times b - a \times c$$

例一：以「老師將班上同學分組進行教學，每組有男生2人，女生3人，共5組，全班學生共有多少人？」為例，說明分配律 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ 。

方法1：合起來算

先算每組有2位男生，3位女生合起來的人數，再計算5組的人數，算式可記成 $(2+3) \times 5 = 25$ ，所以共25人。

方法2：分開算

先分別算出5組男生的人數和女生人數，再合起來計算全班人數，算式可記成 $2 \times 5 + 3 \times 5 = 25$ ，所以共25人。

初步發現：無論方法1：合起來算，還是方法2：分開算的結果都是25人，所以「 $(2+3) \times 5 = 2 \times 5 + 3 \times 5$ 」。

進階覺察：因為都是同一個問題，答案只有一個。只是方法1和方法2不同的算法，所以不必算出答案，就可以知道

$$\text{「}(2+3) \times 5 = 2 \times 5 + 3 \times 5\text{」。}$$

小結論：所以 $(2+3) \times 5 = 2 \times 5 + 3 \times 5$

例二：再以「老師請班上 25 位同學每人一杯原價 50 元飲料，結帳時使用每杯現折 3 元的折價券 25 張，老師須再付多少錢？」為例，說明分配律

$$(a-b) \times c = a \times c - b \times c。$$

方法 1：合起來算

先算一杯折價後的金額，再計算需付的金額，算式可記成 $(50-3) \times 25$

方法 2：分開算

先分別算出原先要付的總金額和折價的總金額，再合起來計算最後需付的金額，算式可記成 $50 \times 25 - 3 \times 25$

發現覺察：由例一的經驗，例二可以不用計算出結果就覺察出「因為都是同一個問題，只是不同的算法，所以結果一定會相等。」

小結論：所以 $(50-3) \times 25 = 50 \times 25 - 3 \times 25$

結論： $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ ， $(a-b) \times c = a \times c - b \times c$

(二) 以本題為例，進行解題說明。

$$1234 \times (66+55) - 1234 \times (65+54)$$

$$= 1234 \times 121 - 1234 \times 119 \quad \langle \text{有相同的數 } 1234, \text{ 便可以利用分配律} \rangle$$

$$= 1234 \times (121 - 119)$$

$$= 1234 \times 2$$

$$= 2468$$

題號	試題代碼				答案		
5	112-M7-C2-05				C		
學習重點	A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。						
知識向度	代數與函數		認知向度		程序執行		
題目	解一元一次方程式 $3 - 2x = x + 18$ ， $x = ?$ (A)15 (B)5 (C)-5 (D)-15						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：70%
	全 體	0.11	0.10	0.70	0.09	0.00	
	高分組	0.01	0.01	0.96	0.02	0.00	鑑別度：0.66
	低分組	0.26	0.26	0.30	0.18	0.00	

一、試題分析

(一) 評量目標

本題給定一元一次方程式，要求學生計算其解，評量學生是否具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 70%，高分組答對率 96%，低分組答對率 30%，鑑別度 0.66。
2. 70%的學生選擇正確答案 C；11%的學生選擇 A；10%的學生選擇 B；9%的學生選擇 D。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.66，正確答案為選項C，通過率為70%，顯示七成的學生已具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。
2. 有11%的學生選擇A (低分組有26%)，這些學生可能對加減的移項觀念不正確 ($-2x+x=18-3 \rightarrow -x=15$)，在除以負數的移項觀念也不正確 ($x=15$)，尚未具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。

3. 有10%的學生選擇B (低分組有26%)，這些學生可能在加減的移項觀念正確 ($-2x-x=18-3 \rightarrow -3x=15$)，但在除以負數的移項觀念不正確 ($x=15 \div 3 \rightarrow x=5$)，尚未具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。
4. 有9%的學生選擇D (低分組有18%)，這些學生可能對加減的移項觀念不正確 ($-2x+x=18-3 \rightarrow -x=15$)，但在除以負數的移項概念正確 ($x=15 \div (-1) \rightarrow x=-15$)，尚未具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。	A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。

三、教學建議

- (一) 1. 複習以未知數代表數列式。
2. 複習一元一次方程式的解的意義。
3. 複習利用等量公理或移項法解一元一次方程式。
- (二) 先以實例以列表的方式幫助學生找解，其次再說明等量公理的意義，加深等號兩邊同時加減或乘除一數等號仍成立，最後利用等量公理或移項法解一元一次方程式。
- 例一：小強想存錢買生日禮物給媽媽，禮物需要 570 元，小強目前有 170 元，每週存 50 元，幾週後就可以存到買禮物的錢呢？
1. 引導學生思考570先減掉現有的170元，再除以50，滿幾個50就是幾週。
依題意可列式為 $170+50x=570$ 。
2. 將 x 由小到大代值列表：

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$170+50x$	170	220	270	320	370	420	470	520	570

因此，解為 $x=8$ 。

3. 如果代值很不容易找到解，可以利用等量公理或移項法解一元一次方程式。

假設需要 x 週，依據禮物的金額可列出下列一元一次方程式。

$$\begin{array}{ccc} 170 + 50x = 570 & & \\ \text{減去已有的 } 170 \downarrow & & \downarrow \text{減去已有的 } 170 \\ 50x = 400 & & \\ \text{除掉倍數(每週 } 50) \downarrow & & \downarrow \text{除掉倍數(每週 } 50) \\ x = 8 & & \end{array}$$

例二：安安在桌上放了一盒 24 顆的巧克力在桌上，晚餐後想吃一顆，結果發現只剩下 7 顆，請問被吃掉了幾顆呢？

1. 引導學生思考把剩下的和吃掉的就是全部的

2. 假設吃掉 x 顆，依據剩下 7 顆可列出下列一元一次方程式。

$$\begin{array}{ccc} 24 - x = 7 & & \\ \text{加回吃掉的 } x \downarrow & & \downarrow \text{加回吃掉的 } x \\ 24 = 7 + x & & \\ \text{減掉剩下的 } 7 \downarrow & & \downarrow \text{減掉剩下的 } 7 \\ x = 17 & & \end{array}$$

(三) 以此題為例：

$$\begin{array}{ccc} 3 - 2x = x + 18 & & \\ \text{加回 } 2x \downarrow & & \downarrow \text{加回 } 2x \\ 3 = 3x + 18 & & \\ \text{減掉 } 18 \downarrow & & \downarrow \text{減掉 } 18 \\ -15 = 3x & & \\ \text{除以倍數 } 3 \downarrow & & \downarrow \text{除以倍數 } 3 \\ -5 = x & & \end{array}$$

題號	試題代碼		答案				
6	112-M7-B2-06		B				
學習重點	G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。						
知識向度	空間形狀與坐標幾何	認知向度		程序執行			
題目	<p>坐標平面上有一點 $P(5, -2)$，向上移動 3 單位，向左移動 7 單位，請問 P 點會移動到哪個象限？</p> <p>(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限</p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：78%
	全 體	0.07	0.78	0.07	0.08	0.00	
	高分組	0.01	0.95	0.01	0.03	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.17	0.47	0.20	0.16	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定直角坐標平面上一點坐標，要求學生選出該點移動過後的位置是位於第幾象限，評量學生是否理解平面直角坐標象限的意義。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 78%，高分組答對率 95%，低分組答對率 47%，鑑別度 0.49。							
2. 78%的學生選擇正確答案 B；7%的學生選擇 A；7%的學生選擇 C；8%的學生選擇 D。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.49，正確答案為選項B，通過率為78%，顯示近八成的學生已理解平面直角坐標象限的意義。							
2. 有7%的學生選擇A(低分組有17%)，這些學生在移動點的過程中未考慮方向性或不曉得某個方向要改變哪個坐標，可能錯誤如下：							

- $P(5,-2)$ 上移3及左移7之後為 $P(5+3,-2+7)=P(8,5)$ ，誤以為在第一象限。
3. 有7%的學生選擇C (低分組有20%)，這些學生可能錯誤如下：
 $P(5,-2)$ 上移3及左移7後計算錯誤變為 $P(5-7,-2-3)=P(-2,-5)$ ，誤以為在第三象限。
4. 有8%的學生選擇D (低分組有16%)，這些學生可能錯誤如下：
 $P(5,-2)$ 上移3及左移7後計算錯誤變為 $P(5+3,-2-7)=P(8,-9)$ ，誤以為在第四象限。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以$a-b$表示數線上兩點a,b的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。</p>	<p>G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。</p>	<p>G-8-1 直角坐標系上兩點距離公式：直角坐標系上兩點$A(a,b)$和$B(c,d)$的距離為$\overline{AB} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$；生活上相關問題。</p>

三、教學建議

下面以「坐標平面上有一點 $A(1,2)$ ，先向右移動2單位，再向上移動3單位，請問會移動到哪一個象限？」為例，說明如何幫助學生解題。

(一) 首先描繪 $A(1,2)$ 在直角坐標平面，說明在原點位置向右走1個單位，再向上走2個單位到 A 點；也可以在原點位置向上走2個單位，再向右走1個單位到 A 點。

(二) 接著說明由 $A(1,2)$ 向右移動2單位，坐標為 $(1+2,2)=(3,2)$ ；

$A(1,2)$ 向左移動2單位，坐標為 $(1-2,2)=(-1,2)$ ；

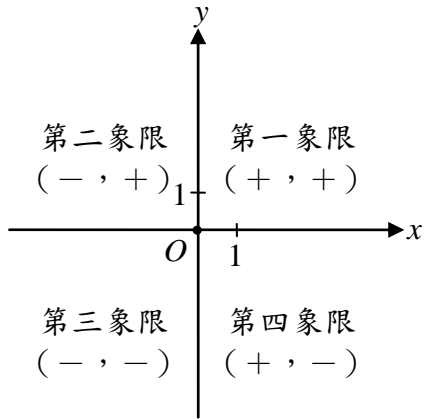
$A(1,2)$ 向上移動2單位，坐標為 $(1,2+2)=(1,4)$ ；

$A(1,2)$ 向下移動2單位，坐標為 $(1,2-2)=(1,0)$ 。

(三) 再舉一些例子讓學生練習，例如： $(2,-3)$ 向左移動 2 單位，再向上移動 1 單位的點為 $(2 - 2,-3 + 1) = (0,-2)$ ；

$(-2,1)$ 向右移動 3 單位，再向下移動 1 單位的點為 $(-2 + 3,1 - 1) = (1, 0)$ 。

(四) 理解象限的意義



1. 在第一象限內的點，坐標的性質符號為 $(+, +)$ ，例如： $(1,2)$ 。
2. 在第二象限內的點，坐標的性質符號為 $(-, +)$ ，例如： $(-1,2)$ 。
3. 在第三象限內的點，坐標的性質符號為 $(-, -)$ ，例如： $(-1,-2)$ 。
4. 在第四象限內的點，坐標的性質符號為 $(+, -)$ ，例如： $(1,-2)$ 。
5. x 軸與 y 軸上的點，不屬於任何一個象限。

題號	試題代碼		答案				
7	112-M7-C2-07		B				
學習重點	A-7-4 二元一次聯立方程式的意義：二元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次方程式；二元一次聯立方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次聯立方程式。						
知識向度	代數與函數	認知向度	程序執行				
題目	<p>下列各組二元一次聯立方程式，何者的解<u>不是</u> $x = 1$，$y = 2$？</p> <p>(A) $\begin{cases} 2x = 2 \\ 6x - y = 4 \end{cases}$</p> <p>(B) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = 8 \end{cases}$</p> <p>(C) $\begin{cases} x + y = 3 \\ -3x + 5y = 7 \end{cases}$</p> <p>(D) $\begin{cases} 6x - y = 4 \\ -3x + 5y = 7 \end{cases}$</p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：80%
	全 體	0.07	0.80	0.08	0.05	0.00	
	高分組	0.00	0.99	0.00	0.00	0.00	鑑別度：0.58
	低分組	0.19	0.41	0.23	0.17	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定二元一次聯立方程式的解，要求學生求出符合該解的聯立方程式，評量學生是否掌握二元一次聯立方程式解的意義。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 80%，高分組答對率 99%，低分組答對率 41%，鑑別度 0.58。							
2. 80%的學生選擇正確答案 B；7%的學生選擇 A；8%的學生選擇 C；5%的學生選擇 D。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.58，正確答案為選項B，通過率為80%，顯示八成的學生已掌握二元一次聯立方程式解的意義。
2. 有7%的學生選擇A (低分組有19%)，這些學生可能誤以為是要找其解是 $x=1$ 、 $y=2$ ，驗算時皆符合，而選擇該答案，這些學生可能部分掌握二元一次聯立方程式解的意義。
3. 有8%的學生選擇C (低分組有23%)，這些學生可能誤以為是要找其解是 $x=1$ 、 $y=2$ ，驗算時皆符合，而選擇該答案，這些學生可能部分掌握二元一次聯立方程式解的意義。
4. 有5%的學生選擇D (低分組有17%)，這些學生可能誤以為是要找其解是 $x=1$ 、 $y=2$ ，驗算時皆符合，而選擇該答案，這些學生可能部分掌握二元一次聯立方程式解的意義。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	A-7-2 一元一次方程式的意義；一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。	A-7-4 二元一次聯立方程式的意義；二元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次方程式；二元一次聯立方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次聯立方程式。	無

三、教學建議

(一) 複習二元一次聯立方程式解的意義。

以「小桐有 60 元，要全部拿來買郵票，郵票分面額 5 元及 10 元兩種，一共買到 9 張郵票。若設共購買 5 元郵票 x 張及 10 元郵票 y 張，列出二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 5x + 10y = 60 \end{cases}$$

，並了解該解對二元一次聯立方程式的意義」為例，

說明二元一次聯立方程式及其解的意義。

1. 舉 x 、 y 不是解的例子，以 5 元買 5 張($x = 5$)，10 元買 4 張($y = 4$)為例，幫學生察覺：將 $x=5$ ， $y=4$ 代入 $x+y=5+4=9$ ，則 $x=5$ ， $y=4$ 符合題意，是方程式 $x + y = 9$ 的一組解。

將 $x=5$ ， $y=4$ 代入 $5x + 10y = 5 \times 5 + 10 \times 4 = 65 \neq 60$ ，則 $x=5$ ， $y=4$ 不符合題意，不是方程式 $5x + 10y = 60$ 的一組解。

顯然 5 元 5 張及 10 元 4 張滿足了 9 張的條件，但不滿足合計 60 元的條件，那就不會是小桐買的數量，也就表示 $x = 5$ ， $y = 4$ 不是聯立方程式的解。

2. 舉 x 、 y 是解的例子，以 5 元買 6 張($x = 6$)，10 元買 3 張($y = 3$)為例，幫學生察覺：

將 $x = 6$ ， $y = 3$ 代入 $x + y = 6 + 3 = 9$ ，則 $x = 6$ ， $y = 3$ 符合題意，是方程式 $x + y = 9$ 的一組解。

將 $x = 6$ ， $y = 3$ 代入 $5x + 10y = 5 \times 6 + 10 \times 3 = 60$ ，則 $x = 6$ ， $y = 3$ 符合題意，是方程式 $5x + 10y = 60$ 的一組解。

顯然 5 元 6 張及 10 元 3 張滿足了 9 張的條件，同時也滿足合計 60 元的條件，那就是小桐買的數量，也就表示 $x=6$ ， $y=3$ 是聯立方程式 $\begin{cases} x + y = 9 \\ 5x + 10y = 60 \end{cases}$ 的解。

結論：是不是聯立方程式的解？必須將預想的 x 值及 y 值代入兩個方程式進行檢驗，當同時都符合題意時就是聯立方程式的解。

(二) 以本題為例，進行解題說明。

符合二元一次聯立方程式的解，即表示將其 x 、 y 的值代入兩個方程式皆成立。

若只滿足其中一個方程式，則不是聯立方程式的解

選項(A)。將 $x=1$ 、 $y=2$ 代入

$$\begin{cases} 2 \times 1 = 2 \\ 6 \times 1 - 2 = 4 \end{cases} \quad \text{兩式皆成立，所以 } x=1、y=2 \text{ 是聯立方程式的解}$$

選項(B)。將 $x=1$ 、 $y=2$ 代入

$$\begin{cases} 1 + 2 = 3 \\ 1 - 2 \times 2 = -3 \neq 8 \end{cases}$$

第二式不成立，所以 $x=1$ 、 $y=2$ 不是聯立方程式的解

題號	試題代碼		答案				
8	112-M7-A1-08		D				
學習重點	N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。 備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。						
知識向度	數與量		認知向度		概念理解		
題目	<p>已知 $x:y=3:2$，下列敘述何者正確？</p> <p>(A) $x+y=5$</p> <p>(B) $x-y=1$</p> <p>(C) $x \times y=6$</p> <p>(D) $x \div y = \frac{3}{2}$</p>						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：67%
	全 體	0.15	0.05	0.13	0.67	0.00	
	高分組	0.03	0.01	0.04	0.93	0.00	鑑別度：0.53
	低分組	0.25	0.13	0.22	0.40	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定一個包含 x 和 y 的比例式，要求學生判斷 x 和 y 的四則運算結果是否正確，評量學生是否掌握比的基本概念。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 67%，高分組答對率 93%，低分組答對率 40%，鑑別度 0.53。							
2. 67%的學生選擇正確答案 D；15%的學生選擇 A；5%的學生選擇 B；13%的學生選擇 C。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.53，正確答案為選項D，通過率為67%，顯示近七成的學生已掌握比的基本概念。							

2. 有15%的學生選擇A (低分組有25%)，這些學生誤以為 $x=3, y=2, x+y=3+2=5$ ，尚未掌握比的基本概念。
3. 有5%的學生選擇B (低分組有13%)，這些學生誤以為 $x=3, y=2, x-y=3-2=1$ ，尚未掌握比的基本概念。
4. 有13%的學生選擇C (低分組有22%)，這些學生誤以為 $x=3, y=2, x \times y=2 \times 3=6$ ，尚未掌握比的基本概念。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-6-6</p> <p>比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的兩種倍數關係（比例思考的基礎）。解決比的應用問題。</p> <p>備註：比中各數原則上為整數，但也可包含簡單之小數與分數。</p>	<p>N-7-9</p> <p>比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。</p> <p>備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。</p>	<p>S-8-8</p> <p>三角形的基本性質：等腰三角形兩底角相等；非等腰三角形大角對大邊，大邊對大角；三角形兩邊和大於第三邊；外角等於其內對角和。</p>

三、教學建議

(一) 複習比例式比值、倍數的概念

以調 1 杯黑糖奶茶需要黑糖糖漿 30 克和鮮奶 200c.c. 為例。

1. 想做5杯相同口味的黑糖奶茶，每種材料各需要多少呢？

		黑糖糖漿(克)		鮮奶(c.c.)
×5	↻	1 杯	×	30
		=		150
			:	200
				1000

我們用比(:)來比出口味，用等號來表現口味(比例)相同。

2. 黑糖糖漿和鮮奶有固定倍數關係嗎？

	黑糖糖漿(克)	$\times \frac{20}{3}$	鮮奶(c.c.)
1 杯	30	:	200
5 杯 =	150	:	1000
=	3	:	20

可以多舉幾個例子讓學生對黑糖糖漿與鮮奶有固定倍數關係加深印象。

3. 假設用 x 克黑糖糖漿和 y c.c. 鮮奶可以調出相同口味的黑糖奶茶，則

	黑糖糖漿(克)	:	鮮奶(c.c.)
	x	:	y
=	30	:	200
=	150	:	1000
=	3	:	20
=	$3m$:	$20m$

跟學生澄清 x 和 y 的值是變動的， x 與 y 的值不固定，可共同放大所小相同倍數，因此我們可以假設 $x=3m$ ， $y=20m$ ， $m \neq 0$ 。

(二) 以本題為例 $x:y=3:20$ ，我們可以假設 $x=3m$ ， $y=20m$ ， $m \neq 0$ 。

1. $x+y=3m+20m=23m$ ，不一定等於 23。

2. $x-y=3m-20m=-17m$ ，不一定等於 -17。

3. $x \times y=3m \times 20m=60m^2$ ，不一定等於 60。

4. 只有 x 和 y 的倍數關係 $x \div y = (3m) \div (20m) = \frac{3}{20}$ 。

題號	試題代碼		答案				
9	112-M7-C1-09		D				
學習重點	A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。						
知識向度	代數與函數		認知向度		概念理解		
題目	<p>已知小美今年 13 歲，小美父親今年 48 歲。經過 x 年後，父親年齡是小美年齡的 2 倍，下列哪個選項的列式符合上述題意？</p> <p>(A) $48 = 2(x + 13)$</p> <p>(B) $48 - 13 = 2x$</p> <p>(C) $48 + x = 2 \times 13$</p> <p>(D) $48 + x = 2(x + 13)$</p>						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：70%
	全 體	0.11	0.06	0.12	0.70	0.00	
	高分組	0.01	0.00	0.01	0.98	0.00	鑑別度：0.71
	低分組	0.25	0.19	0.30	0.27	0.00	
一、試題分析 <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定有一個未知量的文字題，要求學生選出正確的列式，評量學生一元一次方程式列式的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 70%，高分組答對率 98%，低分組答對率 27%，鑑別度 0.71。</p> <p>2. 70%的學生選擇正確答案 D；11%的學生選擇 A；6%的學生選擇 B；12%的學生選擇 C。</p> <p>(三) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.71，正確答案為選項 D，通過率為 70%，顯示七成的學生已具備由具體情境列出一元一次方程式列式的能力。</p> <p>2. 有 11%的學生選擇 A (低分組有 25%)，這些學生可能忘了考慮父親也要計算 x 年後的年齡。</p>							

3. 有 6% 的學生選擇 B (低分組有 19%)，這些學生可能誤解題意，以為小美與父親兩人年齡相差 x 歲的兩倍。

4. 有 12% 的學生選擇 C (低分組有 30%)，這些學生可能忘了考慮小美也要計算 x 年後的年齡。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。</p> <p>R-4-2 四則計算規律 (I)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。</p>	<p>A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。</p>	<p>A-7-4 二元一次聯立方程式的意義：二元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次方程式；二元一次聯立方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次聯立方程式。</p>

三、教學建議

下面以「『志明今年 18 歲，志明的媽媽今年 48 歲，在 x 年前，志明媽媽的年齡是志明年齡的 2 倍，請問 $x=?$ 』，請根據題意列出方程式。」為例，說明如何幫助學生列式。建議透過下列三個步驟，幫助學生利用含有未知數符號的關係式來列式：

步驟一：先說明志明 3 年前的年齡為 $(18-3)$ 歲，志明媽媽 3 年前的年齡為 $(48-3)$ 歲。

其次說明，志明 x 年前的年齡為 $(18-x)$ 歲，志明媽媽 x 年前的年齡為 $(48-x)$ 歲。

步驟二：將志明媽媽 x 年前的年齡是志明 x 年前的年齡的兩倍轉換成數學關係式如下：

「志明媽媽 x 年前的年齡」= $2 \times$ 「志明 x 年前的年齡」。

步驟三：轉換成含有未知數符號的關係式如下：

$$(48 - x) = 2 \times (18 - x) \cdot 48 - x = 2(18 - x)$$

題號	試題代碼		答案				
10	112-M7-A2-10		A				
學習重點	N-7-6 指數的意義：指數為非負整數的次方； $a \neq 0$ 時 $a^0=1$ ；同底數的大小比較；指數的運算。						
知識向度	數與量	認知向度		程序執行			
題目	<p>已知 $a = 3^2 \times 5^2 \times 7^2$、$b = 3^3 \times 5 \times 7^2$、$c = 3^3 \times 5^2 \times 7$，請問 a、b、c 的大小關係為何？</p> <p>(A) $a > b > c$</p> <p>(B) $a > c > b$</p> <p>(C) $b > c > a$</p> <p>(D) $b > a > c$</p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：66%
	全 體	0.66	0.16	0.10	0.08	0.00	
	高分組	0.89	0.06	0.02	0.03	0.00	鑑別度：0.55
	低分組	0.34	0.27	0.22	0.16	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定三個寫成標準分解式的數，要求學生判斷大小關係，評量學生是否理解指數的意義。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 66%，高分組答對率 89%，低分組答對率 34%，鑑別度 0.55。							
2. 66%的學生選擇正確答案 A；16%的學生選擇 B；10%的學生選擇 C；8%的學生選擇 D。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.55，正確答案為選項A，通過率為66%，顯示近七成的學生已理解指數的意義。							
2. 有16%的學生選擇B (低分組有27%)，這些學生可能將底數與次方相加後再相乘， $a=(3+2) \times (5+2) \times (7+2)=315$ 、 $b=(3+3) \times (5+0) \times (7+2)=270$ 、							

- $c=(3+3)\times(5+2)\times(7+0)=294$ ，這些學生可能尚未理解指數的意義。
3. 有10%的學生選擇C (低分組有22%)，這些學生可能先從各數最前面底數3的次方比較，再比較底數5的次方，而得到 $b>c>a$ 的關係，這些學生可能尚未理解指數的意義。
4. 有8%的學生選擇D (低分組有16%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未理解指數的意義。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-6-1 20以內的質數和質因數分解：小於20的質數與合數。2、3、5的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。	N-7-6 指數的意義：指數為非負整數的次方； $a\neq 0$ 時 $a^0=1$ ；同底數的大小比較；指數的運算。	無

三、教學建議

- (一) 複習指數的意義及其運算。
- (二) 以本題為例，進行解題說明。

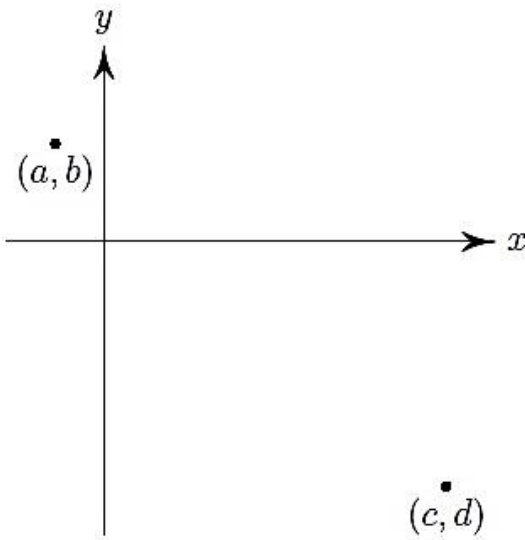
三個數皆有底數為3、5、7。透過指數的運算分式，可將三個數相同底數一樣的次方先提出，也就是提公因數的概念。

$$a=3^2\times 5^2\times 7^2=(3\times 3\times 5\times 7)\times 5\times 7=(3\times 3\times 5\times 7)\times 35$$

$$b=3^3\times 5\times 7^2=(3\times 3\times 5\times 7)\times 3\times 7=(3\times 3\times 5\times 7)\times 21$$

$$c=3^3\times 5^2\times 7=(3\times 3\times 5\times 7)\times 3\times 5=(3\times 3\times 5\times 7)\times 15$$

$3\times 3\times 5\times 7$ 為正數，且 $35>21>15$ ，所以 $a>b>c$ 。

題號	試題代碼		答案				
11	112-M7-B1-11		C				
學習重點	G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。						
知識向度	空間形狀與坐標幾何	認知向度	概念理解				
題目	<p>如圖，直角坐標平面上有兩點 (a, b)、(c, d)。</p>  <p>下列敘述何者正確？</p> <p>(A) $a > c$ 且 $b < d$</p> <p>(B) $a > c$ 且 $b > d$</p> <p>(C) $a < c$ 且 $b < d$</p> <p>(D) $a < c$ 且 $b > d$</p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：69%
	全 體	0.12	0.08	0.69	0.11	0.00	
	高分組	0.04	0.00	0.94	0.02	0.00	鑑別度：0.63
	低分組	0.22	0.24	0.31	0.22	0.00	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定平面坐標上兩點，要求學生判斷 a 和 c 、 $ b $ 和 $ d $ 的大小，評量學生是否具備							

在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 69%，高分組答對率 94%，低分組答對率 31%，鑑別度 0.63。
2. 69%的學生選擇正確答案 C；12%的學生選擇 A；8%的學生選擇 B；11%的學生選擇 D。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.63，正確答案為選項 C，通過率為 69%，顯示近七成的學生已具備在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。
2. 有 12%的學生選擇 A (低分組有 22%)，這些學生對 x 坐標的大小概念不正確，但對 y 坐標絕對值的大小判斷正確，尚未具備在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。
3. 有 8%的學生選擇 B (低分組有 24%)，這些學生對 x 坐標的大小概念不正確，對 y 坐標絕對值的大小判斷也不正確，尚未具備在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。
4. 有 11%的學生選擇 D (低分組有 22%)，這些學生對 x 坐標的大小概念正確，但對 y 坐標絕對值的大小判斷不正確，尚未具備在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-6-2 解題：地圖比例尺。地圖比例尺之意義、記號與應用。地圖上兩邊長的比和實際兩邊長的比相等。 備註：含處理兩張地圖之間的長度關係。處理以為「比例分母愈大，相對邊長也愈大」的常見錯誤。	G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。	G-8-1 直角坐標系上兩點距離公式：直角坐標系上兩點 $A(a,b)$ 和 $B(c,d)$ 的距離為 $\overline{AB} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ ；生活上相關問題。

三、教學建議

(一) 1. 複習直角坐標平面上的點標示。

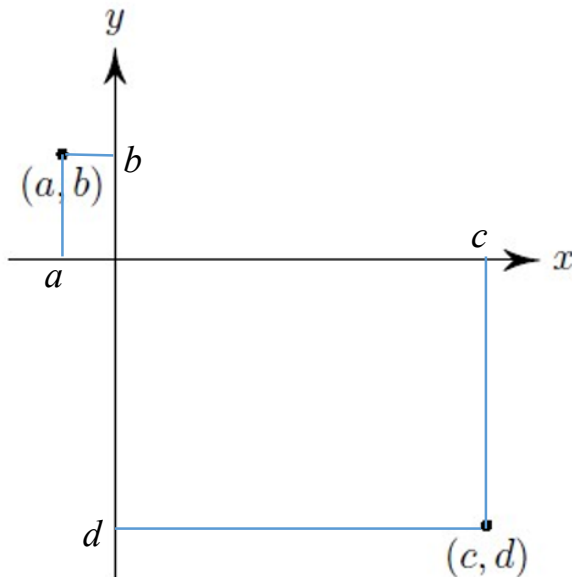
2. 複習坐標平面上的點與坐標軸距離和其坐標之間的關係。

3. 複習絕對值的意義。以圖形標示各點的 x 坐標 y 坐標以及 $|x|$ 與 $|y|$ 。

(二) 以本題為例說明：

直角坐標平面是由兩條互相垂直的數線 x 軸與 y 軸構成的，並將原點、 x 軸的點和 y 軸的點等 3 個頂點形成的長方形之第四個頂點，以 x 軸的點坐標和 y 軸的點坐標合併組成序對表示。

因此，先畫出以點 (a,b) 與原點為對頂點、坐標軸為邊的長方形，同理也畫出以點 (c,d) 與原點為對頂點、坐標軸為邊的長方形，並標示它們對應 x 軸的點坐標和 y 軸的點坐標，如下圖：



由上圖知 $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ 。

因為絕對值在數線上表示與原點的距離，得 $|c| > |a|$ 和 $|d| > |b|$ 。

故由圖可知， $a < 0 < c, |b| < |d|$ 。

題號	試題代碼					答案	
12	112-M7-A2-12					B	
學習重點	N-7-3 負數與數的四則混合運算(含分數、小數)：使用「正、負」表徵生活中的量；相反數；數的四則混合運算。						
知識向度	數與量		認知向度		程序執行		
題目	<p>計算 $3 - 2 \div \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{5}{3}$ 的值為何？</p> <p>(A) $7\frac{2}{3}$</p> <p>(B) 6</p> <p>(C) $3\frac{1}{3}$</p> <p>(D) 0</p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：55%
	全 體	0.12	0.55	0.22	0.11	0.00	
	高分組	0.04	0.85	0.08	0.03	0.00	鑑別度：0.60
	低分組	0.19	0.25	0.36	0.20	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題是三步驟的分數四則混合計算問題，要求學生算出答案，評量學生是否掌握「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定及分數與整數的加減計算。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 55%，高分組答對率 85%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.60。							
2. 55%的學生選擇正確答案 B；12%的學生選擇 A；22%的學生選擇 C；11%的學生選擇 D。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.60，正確答案為選項B，通過率為55%，顯示五成五的學生已具備數的四則混合運算計算能力。							

2. 有12%的學生選擇A (低分組有19%)，這些學生可能誤解題意以為算式如下：

$$3 - 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{5}{3} = 3 + 3 + 1\frac{2}{3} = 7\frac{2}{3}$$

3. 有22%的學生選擇C (低分組有36%)，這些學生可能計算錯誤如下：

$$3 - 2 \div \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{5}{3} = 3 - 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{5}{3} = 3 - \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

4. 有11%的學生選擇D (低分組有20%)，這些學生可能計算錯誤如下：

$$3 - 2 \div \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{5}{3} = 1 \div \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{5}{3} = -\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。</p> <p>R-4-2 四則計算規律(I)：兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。</p>	<p>N-7-3 負數與數的四則混合運算(含分數、小數)：使用「正、負」表徵生活中的量；相反數；數的四則混合運算。</p>	<p>A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。</p>

三、教學建議

下面先說明「多步驟運算次序」的意義，再說明如何幫助學生解題：

(一) 多步驟運算次序的意義

「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下：

步驟一：括號的部分要先算(簡稱為「括號先算」)。

步驟二：包含「乘、除」和「加、減」運算符號的算式，但是沒有括號，先計算「乘、除」部分，再計算「加、減」。(簡稱為「先乘除後加減」)。

步驟三：當我們要計算乘和除的部分，而沒有括號時，我們由最左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部分，而沒有括號時，我們由最左邊開始往右邊依序計算(合併簡稱為由左往右算)。

(二) 幫助學生解題

建議教師透過下面的步驟，幫助學生掌握多步驟計算題運算次序的約定。

步驟一：舉例說明兩步驟計算問題的運算次序，兩步驟計算問題只用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」其中一個約定。

1. 括號先算： $13 - (2 + 5) = 13 - 7$ ， $7 \times (5 - 2) = 7 \times 3$

2. 先乘除後加減： $5 + 3 \times 4 = 5 + 12$ ， $12 - 6 \div 2 = 12 - 3$

3. 由左往右算： $12 + 3 - 5 = 15 - 5$ ， $12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2$

步驟二：舉例說明三步驟計算問題的運算次序

三步驟計算問題同時用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」其中兩個約定。

1. 括號先算，再先乘除後加減：

$$21 + (2 + 5) \times 2 = 21 + 7 \times 2 = 21 + 14$$

$$42 - 3 \times (7 - 2) = 42 - 3 \times 5 = 42 - 15$$

2. 括號先算，再由左往右算：

$$21 - (3 + 5) - 2 = 21 - 8 - 2 = 13 - 2$$

$$12 - 3 - (2 + 5) = 12 - 3 - 7 = 9 - 7$$

3. 先乘除後加減，再由左往右算：

$$12 + 3 \times 5 - 4 = 12 + 15 - 4 = 27 - 4$$

$$12 - 3 + 12 \div 2 = 12 - 3 + 6 = 9 + 6$$

步驟三：舉例說明多步驟計算問題的運算次序

多步驟計算問題可能同時用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」三個約定。

$$\begin{aligned} & 12 + 6 \times 4 \div (3 + 5) + 7 \\ & = 12 + 6 \times 4 \div 8 + 7 \\ & = 12 + 24 \div 8 + 7 \\ & = 12 + 3 + 7 = 15 + 7 \end{aligned}$$

步驟四：舉例說明算式中有兩個小括號時，依由左往右算的順序，先算左邊的小括號，再算右邊的小括號，沒有小括號後，再依先「先乘除後加減」、再「由左往右算」的順序解題。

$$\begin{aligned} & (14 + 16) \times 12 \div (36 - 30) + 215 \\ & = 30 \times 12 \div (36 - 30) + 215 \\ & = 30 \times 12 \div 6 + 215 \\ & = 360 \div 6 + 215 \\ & = 60 + 215 = 275 \end{aligned}$$

步驟五：多舉一些例子，幫助學生熟悉「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定。

步驟六：異分母加減計算

1. 利用兩分數分母的公倍數為公分母來作計算：

$\frac{3}{4}$ 等值分數的分母：4、8、12、16、20、24、28、...

$\frac{1}{3}$ 等值分數的分母：3、6、9、12、15、18、21、24、27、...

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \quad \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}。$$

※建議教師視學習情況，幫助學生求出 4 和 3 最小公倍數。

2. 分數與整數的加減計算：

將整數化成與分數相同分母的等值分數，再進行加減計算；
或先進行分數部分的計算，再加上整數。

題號	試題代碼		答案				
13	112-M7-C1-13		D				
學習重點	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。						
知識向度	代數與函數		認知向度		概念理解		
題目	化簡 $3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) = ?$ (A) $3x - 6$ (B) $3x - 7$ (C) $3x - 23$ (D) $3x - 25$						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：57%
	全 體	0.08	0.10	0.25	0.57	0.00	
	高分組	0.00	0.01	0.12	0.87	0.00	鑑別度：0.64
	低分組	0.23	0.23	0.32	0.22	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定一元一次式的混合算式，要求學生選出化簡後的一元一次式，評量學生是否具備一元一次式化簡的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 57%，高分組答對率 87%，低分組答對率 22%，鑑別度 0.64。							
2. 57%的學生選擇正確答案 D；8%的學生選擇 A；10%的學生選擇 B；25%的學生選擇 C。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.64，正確答案為選項D，通過率為57%，顯示近六成的學生已具備一元一次式化簡的能力。							
2. 有8%的學生選擇A(低分組有23%)，這些學生可能錯誤使用分配律的運算，化簡過程為 $3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) = 6x - 8 - 3x + 2 = 3x - 6$ ，這些學生可能尚未具備一元一次式化簡的能力。							

3. 有10%的學生選擇B (低分組有23%)，這些學生可能錯誤使用分配律的運算，化簡過程為 $3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) = 6x - 8 - 3x + 1 = 3x - 7$ ，這些學生可能尚未具備一元一次式化簡的能力。

4. 有25%的學生選擇C (低分組有32%)，這些學生可能錯誤使用分配律的運算，化簡過程為 $3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) = 6x - 24 - 3x + 1 = 3x - 23$ ，這些學生可能尚未具備一元一次式化簡的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。	無

三、教學建議

(一) 1. 複習分數的加減乘除運算。

2. 複習乘法對加法的分配律： $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ 。

學生在乘法對減法的分配律上，容易在減法的運算過程出現錯誤，因此建議可以將「減」都先轉換為「加」，之後分配律的運算會更為順利。

$$(1) 2 \times (7 - 3) = 2 \times [7 + (-3)] = 2 \times 7 + 2 \times (-3) = 14 + (-6) = 8$$

$$(2) (-2) \times (8 - 3) = (-2) \times [8 + (-3)] = (-2) \times 8 + (-2) \times (-3) = -16 + 6 = -10$$

(3) x 可以代表任意的數，所以

$$(-3) \times (2 - x) = (-3) \times [2 + (-x)] = (-3) \times 2 + (-3) \times (-x) = -6 + 3x$$

3. 同類項合併的問題：

$$(1) 5 + 5 = 5 \times 2, 7 + 7 = 7 \times 2$$

x 可以代表任意的數，所以 $x + x = x \times 2 = 2x$ 。

$$2x + 3x = (x + x) + (x + x + x) = x \times 5 = 5x;$$

$$5x - 3x = (x + x + x + x + x) - (x + x + x) = x + x = x \times 2 = 2x。$$

(2) 可將 x 視為一個單位進行運算，

5個 x 加上3個 x 等於8個 x ，所以 $5x + 3x = 8x$ ；

5個 x 拿走3個 x 等於2個 x ，所以 $5x - 3x = 2x$ 。

(3) x 和1是不同單位，可以仿照複名數方式記錄「幾個 x 和幾個1合起來」。

「5公尺和3公分合起來」我們記成「5公尺3公分」；

同樣地，因為 x 和1是不同單位，所以「5個 x 和3合起來」我們記成「 $5x+3$ 」。

(4) 同單位合併記錄

例如：計算「5公尺3公分+6公尺4公分」時，因為「公尺」和「公分」是不同單位，我們會將「公尺」和「公分」分開計數，因為 $5+6=11$ 和 $3+4=7$ ，得

「5公尺3公分+6公尺4公分=11公尺7公分」。因此，計算「 $(5x+3)+(6x+4)$ 」

時，因為「 x 」和「1」是不同單位，我們會將「 x 」和「1」分開計數，因為

$5+6=11$ 和 $3+4=7$ ，得「 $(5x+3)+(6x+4)=11x+7$ 」。

(二) 以本題為例，進行解題說明。

$$\begin{aligned} & 3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) \\ &= 3 \times [2x + (-8)] + \left(-\frac{1}{2}\right) \times (6x + 2) \\ &= 3 \times (2x) + 3 \times (-8) + \left(-\frac{1}{2}\right) \times (6x) + \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 \\ &= 6x + (-24) + (-3x) + (-1) \\ &= 6x + (-3x) + (-24) + (-1) \\ &= 3x + (-25) \\ &= 3x - 25 \end{aligned}$$

題號	試題代碼		答案				
14	112-M7-A2-14		D				
學習重點	N-7-7 指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」($a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 、 $(a^m)^n = a^{mn}$ 、 $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ，其中 m, n 為非負整數)；以數字例表示「同底數的除法指數律」($a^m / a^n = a^{m-n}$ ，其中 $m \geq n$ 且 m, n 為非負整數)。						
知識向度	數與量	認知向度	程序執行				
題目	<p>已知 $(16 \times 27)^a = (2^b \times 3^c)^a = 2^d \times 3^6$，其中 a、b、c、d 為正整數，下列選項何者正確？</p> <p>(A) $a = 3$ (B) $b = 5$ (C) $c = 4$ (D) $d = 8$</p>						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：36%
	全 體	0.30	0.17	0.17	0.36	0.00	
	高分組	0.25	0.04	0.05	0.65	0.00	鑑別度：0.46
	低分組	0.26	0.28	0.27	0.19	0.00	
一、試題分析 <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定含有四個未知數的指數算式，要求學生求出未知數的值，評量學生是否具備利用指數律解題的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 36%，高分組答對率 65%，低分組答對率 19%，鑑別度 0.46。</p> <p>2. 36%的學生選擇正確答案 D；30%的學生選擇 A；17%的學生選擇 B；17%的學生選擇 C。</p> <p>(三) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為0.46，正確答案為選項D，通過率為36%，顯示近四成的學生已具備利用指數律解題的能力。</p> <p>2. 有30%的學生選擇A (低分組有26%)，這些學生誤算 $27^a = (3^3)^a = 3^{(3+a)} = 3^6$，尚未</p>							

具備利用指數律解題的能力。

3. 有17%的學生選擇B (低分組有28%)，這些學生誤將16記為 2^5 ，尚未具備利用指數律解題的能力。

4. 有17%的學生選擇C (低分組有27%)，這些學生誤將27記為 3^4 ，尚未具備利用指數律解題的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-6-1 20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。 備註：被分解數的因數，在扣除 2、3、5 或其次方的部分後，只剩一因數，且此數除了 49、77 或 91 之外，只能是 11、13、17 或 19。</p>	<p>N-7-7 指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」($a^m \cdot a^n = a^{m+n}$、$(a^m)^n = a^{mn}$、$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$，其中 m, n 為非負整數)；以數字例表示「同底數的除法指數律」($a^m / a^n = a^{m-n}$，其中 $m \geq n$ 且 m, n 為非負整數)。</p>	<p>N-8-6 等比數列：等比數列；給定首項、公比計算等比數列的一般項。 備註：不處理「已知等比數列不相鄰某兩項的值 (不含首項)，反求首項、項數或公比」，例如：給定a_5和a_9的值，求首項和公比。</p>

三、教學建議

(一) 先復習指數的定義，

$7+7+7+7+7+7$ ，6 個 7 相加可以記成 7×6 ，

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ ，6 個 7 相乘可以記成 7^6 ，

$a+a+a+a+a$ ，5 個 a 相加可以記成 $a \times 5$ ，

$a \times a \times a \times a \times a$ ，5 個 a 相乘可以記成 a^5 。

(二) 先舉一些同底指數相乘的例子，以 $3^2 \times 3^5$ 與 $(3^2)^5$ 為例，幫學生察覺：

$$1. 3^2 \times 3^5 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{2+5} = 3^7$$

$$2. (3^2)^5 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) = 3^{2 \times 5}$$

$$\begin{aligned}
3. (3^2 \times 7^3)^5 &= (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3) \\
&= (3^2)^5 \times (7^3)^5 \\
&= (3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2) \times (7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3) \\
&= ((3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)) \\
&\quad \times ((7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7)) \\
&= 3^{2 \times 5} \times 7^{3 \times 5}
\end{aligned}$$

(三) 再舉一些同底指數相除的例子，以 $7^6 \div 7^2$ 為例，幫助學生察覺：

$$7^6 \div 7^2 = (7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7) \div (7 \times 7) = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7} = 7^{6-2} = 7^4$$

(四) 回到本題，因此

$$\begin{aligned}
&(16 \times 27)^a \\
&= (2^4 \times 3^3)^a = (2^b \times 3^c)^a \\
&= (2^4)^a \times (3^3)^a = 2^{4 \times a} \times 3^{3 \times a} = 2^d \times 3^6
\end{aligned}$$

可知 $3 \times a = 6 \rightarrow a = 2$ 、 $b = 4$ 、 $c = 3$ 、 $d = 4 \times a = 4 \times 2 = 8$

題號	試題代碼					答案	
15	112-M7-C1-15					C	
學習重點	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。						
知識向度	代數與函數		認知向度		概念理解		
題目	<p>好食多披薩店提供外帶披薩買一送一活動，而且加購寶特瓶汽水一瓶只要 35 元。如果每種披薩一個只要 x 元，許老師從好食多帶了 8 個披薩及 4 瓶汽水，請問許老師花了多少元？</p> <p>(A) $x + 140$</p> <p>(B) $4x + 70$</p> <p>(C) $4x + 140$</p> <p>(D) $8x + 140$</p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：55%
	全 體	0.05	0.06	0.55	0.34	0.00	
	高分組	0.00	0.01	0.84	0.15	0.00	鑑別度：0.61
	低分組	0.15	0.16	0.23	0.46	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定有一個未知量的文字題，要求學生選出正確的列式，評量學生一元一次方程式列式的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 55%，高分組答對率 84%，低分組答對率 23%，鑑別度 0.61。							
2. 55%的學生選擇正確答案 C；5%的學生選擇 A；6%的學生選擇 B；34%的學生選擇 D。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.61，正確答案為選項C，通過率為55%，顯示五成五的學生已具備一元一次方程式列式的能力。							

2. 有5%的學生選擇A (低分組有15%)，這些學生可能誤解題意，以為披薩的錢只要 x 元，加上汽水140元(35 元 $\times 4$ 瓶)，合計 $(x+140)$ 元。
3. 有6%的學生選擇B (低分組有16%)，這些學生可能誤解題意，以為披薩與汽水都可以買1送1，得到披薩只要付4塊，汽水只要付2瓶的錢，故得到 $(4x+70)$ 元。
4. 有 34%的學生選擇 D (低分組有 46%)，這些學生可能未考慮披薩可以買 1 送 1，只考慮披薩與汽水以原價計算，故得 $(8x+140)$ 元。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-7-4 數的運算規律：交換律；結合律；分配律； $-(a+b)=-a-b$ ； $-(a-b)=-a+b$	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。	A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。

三、教學建議

(一) 說明未知數的意義：

x 雖然是一個未知數，一個目前不知道等於多少的數，但是，只要它是一個數，它就能與其它的數一起做運算，而且順從運算所有的性質。

(二) 3 個 10 元硬幣是 10×3 元，7 個十元硬幣是 10×7 元， x 可以是任意的數，所以 x 個 10 元硬幣是 $10\times x$ 元， $10\times x$ 元可以記成 $10x$ 元。

(三) 50 元和 30 元合起來可以記成 $50+30$ (元)，所以 $10x$ 元和 30 元合起來可以記成 $10x+30$ (元)。

題號	試題代碼		答案				
16	112-M7-C3-16		A				
學習重點	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。						
知識向度	代數與函數		認知向度		解題思考		
題目	<p>阿強麵包店會在晚上八點後進行折扣，招牌麵包原價是一個 75 元，八點後的特價是一個 35 元。晚上十點結算時，今日的 100 個招牌麵包全部售完，而且該項共賣得 6100 元。請問八點後售出的招牌麵包是多少個？</p> <p>(A)35 (B)50 (C)61 (D)75</p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：56%
	全 體	0.56	0.16	0.17	0.10	0.00	
	高分組	0.92	0.03	0.03	0.02	0.00	鑑別度：0.71
	低分組	0.21	0.30	0.31	0.18	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定有兩個未知量的文字題，要求學生列出二元一次聯立方程式並求解，評量學生是否具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 56%，高分組答對率 92%，低分組答對率 21%，鑑別度 0.71。							
2. 56%的學生選擇正確答案 A；16%的學生選擇 B；17%的學生選擇 C；10%的學生選擇 D。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.71，正確答案為選項A，通過率為56%，顯示近六成的學生已具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。							

2. 有16%的學生選擇B (低分組有30%)，這些學生可能直接將100個麵包平分成八點前賣50個，八點後賣50個，這些學生可能尚未具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。
3. 有17%的學生選擇C (低分組有31%)，這些學生可能直接將最後兩個數據相除得 $6100 \div 100 = 61$ ，這些學生可能尚未具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。
4. 有10%的學生選擇D (低分組有18%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。	無

三、教學建議

- (一) 1. 複習二元一次方程式的應用問題之列式。
2. 複習二元一次聯立方程式的應用問題之列式。
3. 複習二元一次方程式的解的意義。
4. 複習二元一次聯立方程式的解的意義。
5. 複習二元一次聯立方程式解題的代入消去法，加減消去法。
- (二) 以本題為例，進行解題說明。
 1. 將應用問題轉化成二元一次聯立方程式：

原價的麵包一個75元，八點後的特價是一個35元，
可假設75元的麵包賣出 x 個，35元的麵包賣出 y 個，
則可列出麵包數量的關係式： $x+y=100$ ，
再根據賣得的價錢，可列出金額的關係式： $75x+35y=6100$ 。

2. 學生可利用二元一次方程式的解的意義，將 $x+y=100$ 的解列表：

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90
y	90	80	70	60	50	40	30	20	10

利用二元一次聯立方程式的解的意義，將上表代入 $75x+35y$ ，並和 6100 比較，得下表：

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90
y	90	80	70	60	50	40	30	20	10
$75x+35y$	3900	4300	4700	5100	5500	5900	6300	6700	7100

發現當 $(x, y) = (60, 40)$ 時，列出金額不足 6100；當 $(x, y) = (70, 30)$ 時，列出金額超過 6100，所以 x 的解為 60 幾。進而再簡單代幾個 (x, y) 值便可發現解為 $(x, y) = (65, 35)$ 。

3. 利用加減消去法解二元一次聯立方程式

要快速找 (x, y) 的解可以利用加減消去法，將以上得到的兩個關係式合併成為二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} x + y = 100 \dots\dots\dots ① \\ 75x + 35y = 6100 \dots\dots ② \end{cases}$$

接著再利用加減消去法進行解題

第①式 $\times 75$

$$\begin{cases} 75x + 75y = 7500 \dots\dots ③ \\ 75x + 35y = 6100 \dots\dots ② \end{cases}$$

第③式-第②式 $40y=1400$ ，得 $y=35$

題號	試題代碼		答案				
17	112-M7-C1-17		B				
學習重點	A-7-4 二元一次聯立方程式的意義：二元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次方程式；二元一次聯立方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次聯立方程式。						
知識向度	代數與函數		認知向度		概念理解		
題目	<p>「老師買了若干個披薩請班上的學生吃，有夏威夷和龍蝦兩種口味。老師將龍蝦披薩每個都切成 8 片，夏威夷披薩每個都切成 10 片，發現每位學生都剛好吃到 3 片披薩。」</p> <p>假設老師買了 x 個龍蝦披薩和 y 個夏威夷披薩，下列哪個式子代表學生的總人數？</p> <p>(A) $(\frac{x}{8} + \frac{y}{10}) \div 3$</p> <p>(B) $(8x + 10y) \div 3$</p> <p>(C) $(\frac{x}{8} + \frac{y}{10}) \times 3$</p> <p>(D) $(8x + 10y) \times 3$</p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：43%
	全 體	0.28	0.43	0.19	0.09	0.00	
	高分組	0.22	0.67	0.09	0.02	0.00	鑑別度：0.42
	低分組	0.30	0.25	0.25	0.18	0.00	
一、試題分析 <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定含有兩種未知量的情境題，要求學生列出二元一次式，評量學生是否具備在具體情境中列出二元一次式的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 43%，高分組答對率 67%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.42。</p> <p>2. 43%的學生選擇正確答案 B；28%的學生選擇 A；19%的學生選擇 C；9%的學生選擇 D。</p>							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.42，正確答案為選項 B，通過率為 43%，顯示超過四成的學生已具備在具體情境中列出二元一次式的能力。
2. 有 28% 的學生選擇 A (低分組有 30%)，這些學生誤以為 x 和 y 表示兩種類披薩總片數，但對從每人分的片數回推學生人數的概念正確，尚未具備在具體情境中列出二元一次式的能力。
3. 有 19% 的學生選擇 C (低分組有 25%)，這些誤以為 x 和 y 表示兩種類披薩總片數，對從每人分的片數回推學生人數的概念也有誤，尚未具備在具體情境中列出二元一次式的能力。
4. 有 9% 的學生選擇 D (低分組有 18%)，這些學生能正確以 x 和 y 表示兩種類披薩總片數，但對從每人分的片數回推學生人數的概念也有誤，尚未具備在具體情境中列出二元一次式的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	A-7-4 二元一次聯立方程式的意義；二元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次方程式；二元一次聯立方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次聯立方程式。	無

三、教學建議

- (一) 分析題意找出已知條件、未知條件，再從不同單位的已知與未知條件中找關係作單位轉換。
- (二) 以此題為例
 1. 已知：龍蝦披薩每個切成 8 片、夏威夷披薩每個切成 10 片、每位學生分到 3 片。
 2. 未知：龍蝦披薩個數(x 個)、夏威夷披薩個數(y 個)、學生總人數。

3. 找關係作單位轉換：披薩片數轉換成學生總人數

(1) 從已知每位學生分到 3 片，亦即每 3 片分給一個人，

所以：學生總人數 = 披薩總片數 \div 3，因此要先算出披薩總片數。

(2) 披薩總片數 = 龍蝦披薩總片數 + 夏威夷披薩總片數

從已知每個龍蝦披薩切成 8 片，可知 x 個龍蝦披薩總共切成 $8x$ 片

從已知每個夏威夷披薩切成 10 片，可知 y 個夏威夷披薩總共切成 $10y$ 片

披薩總片數 = $8x + 10y$ 。

(3) 從(1)、(2)可知，學生總人數 = $(8x + 10y) \div 3$ 。

題號	試題代碼		答案				
18	112-M7-A3-18		B				
學習重點	N-7-2 質因數分解的標準分解式：質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。						
知識向度	數與量		認知向度		解題思考		
題目	<p>設 $a = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11$、$b = 2^5 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2 \times 11$，已知 k 為 a 的倍數，且 k 為 b 的因數，下列選項何者可能為 k 的標準分解式？</p> <p>(A) $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11^2$ (B) $2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7 \times 11$ (C) $2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2$ (D) $2^7 \times 3^3 \times 5^5 \times 7^2 \times 11^2$</p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：39%
	全 體	0.22	0.39	0.15	0.24	0.00	
	高分組	0.16	0.65	0.07	0.12	0.00	鑑別度：0.42
	低分組	0.24	0.23	0.23	0.29	0.00	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定以標準分解式表示的兩數，要求選出符合兩數因數的標準分解式，評量學生利用標準分解式判斷因數或倍數的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 39%，高分組答對率 65%，低分組答對率 23%，鑑別度 0.42。							
2. 39%的學生選擇正確答案 B；22%的學生選擇 A；15%的學生選擇 C；24%的學生選擇 D。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.42，正確答案為選項B，通過率為39%，顯示近四成的學生已具備利用標準分解式判斷因數或倍數的能力。							
2. 有22%的學生選擇A (低分組有24%)，這些學生可能誤解題意以為k是a和b的最大公因數。							

3. 有15%的學生選擇C (低分組有23%)，這些學生可能考慮 $a = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11$ 的倍數時忽略了有質因數11。

4. 有 24%的學生選擇 D (低分組有 29%)，這些學生可能誤解題意，錯誤算式如下：

$$k = a \times b = (2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11) \times (2^5 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2 \times 11) = 2^7 \times 3^3 \times 5^5 \times 7^2 \times 11^2。$$

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-6-1 20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。 備註：被分解數的因數，在扣除 2、3、5 或其次方的部分後，只剩一因數，且此數除了 49、77 或 91 之外，只能是 11、13、17 或 19。	N-7-2 質因數分解的標準分解式：質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。	無

三、教學建議

(一) 底下以「判別 2×3^3 是否為 $2^2 \times 3^2$ 的倍數？」說明如何幫助學生解題。

$$\text{因為 } (2 \times 3^3) \div (2^2 \times 3^2) = \frac{2 \times 3^3}{2^2 \times 3^2} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3}{2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = \frac{3}{2} \text{ (不是整數),}$$

所以 2×3^3 不是 $2^2 \times 3^2$ 的倍數。

(二) 底下以「判別 2×3^2 是否為 $2 \times 3^3 \times 5$ 的因數」說明如何幫助學生解題。

方法一：用指數律來判斷，因為 $2 \times 3^3 \times 5 = (2 \times 3^2) \times 3 \times 5$ ，

所以 $2 \times 3^3 \times 5$ 是 2×3^2 的倍數， 2×3^2 是 $2 \times 3^3 \times 5$ 的因數。

方法二：先改寫成質因數連乘積再判斷

$$\text{因為 } 2 \times 3^3 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5, 2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{因為 } 2 \times 3^3 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = (2 \times 3 \times 3) \times 3 \times 5 = (2 \times 3^2) \times 3 \times 5,$$

所以 $2 \times 3^3 \times 5$ 是 2×3^2 的倍數， 2×3^2 是 $2 \times 3^3 \times 5$ 的因數。

(三) 幫助學生形成利用標準分解式判斷因數及倍數的準則。

將 a 、 b 兩數寫成標準分解式時，

1. 當 a 為 b 的倍數，則 b 的質因數都是 a 的質因數，且 b 的每個質因數的次方小於或等於 a 相同質因數的次方。例如： $2 \times 3^3 \times 5$ 是 2×3^2 的倍數。
2. 當 a 為 b 的因數，則 a 的質因數都是 b 的質因數，且 a 的每個質因數的次方小於或等於 b 相同質因數的次方。例如： 2×3^2 是 $2 \times 3^3 \times 5$ 的因數。

題號	試題代碼					答案	
19	112-M7-C3-19					A	
學習重點	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。						
知識向度	代數與函數		認知向度		解題思考		
題目	<p>全民運動會開幕典禮的大會舞，主辦單位邀請甲、乙兩校的同學參加，已知甲校有 300 人參加，乙校有 250 人參加，且兩校參加的全部同學中，男生比女生多 150 人。已知甲校男生比乙校女生多 100 人，則甲校女生比乙校男生多或少多少人？</p> <p>(A)少 50 人 (B)少 100 人 (C)多 50 人 (D)多 100 人</p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：46%
	全 體	0.46	0.17	0.27	0.09	0.00	
	高分組	0.72	0.08	0.17	0.04	0.00	鑑別度：0.47
	低分組	0.24	0.26	0.33	0.16	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定需要設定代數符號的情境題，要求學生算出兩資料的差，評量學生是否具備以代數符號記錄情境問題及一次式化簡的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 46%，高分組答對率 72%，低分組答對率 24%，鑑別度 0.47。							
2. 46%的學生選擇正確答案 A；17%的學生選擇 B；27%的學生選擇 C；9%的學生選擇 D。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.47，正確答案為選項A，通過率為46%，顯示近五成的學生已具備以代數符號記錄情境問題及一次式化簡的能力。							

2. 有17%的學生選擇B (低分組有26%)，這些學生可能以題目中「甲校男生比乙校女生多100人」，直接判斷甲校女生比乙校男生少100人，這些學生可能尚未具備以代數符號記錄情境問題及一次式化簡的能力。
3. 有27%的學生選擇C (低分組有33%)，這些學生可能直接算成甲校人數減乙校人數=300-250=50，這些學生可能尚未具備以代數符號記錄情境問題及一次式化簡的能力。
4. 有9%的學生選擇D (低分組有16%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未具備以代數符號記錄情境問題及一次式化簡的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。	A-8-1 二次式的乘法公式： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ； $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ； $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ； $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 。 A-8-2 多項式的意義：一元多項式的定義與相關名詞（多項式、項數、係數、常數項、一次項、二次項、最高次項、升冪、降冪）。

三、教學建議

(一) 複習一次式的化簡。

(二) 以本題為例，進行解題說明。

根據題意中「甲校男生比乙校女生多100人」，可進行假設。

假設乙校女生是 x 人，甲校男生 $100+x$ 人，

再根據題意中「甲校有300人參加，乙校有250人參加」，

則乙校男生會是 $250-x$ 人，甲校女生會是 $300-(100+x)=200-x$ 人。

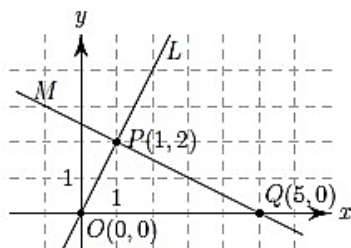
題目問甲校女生比乙校男生，

即甲校女生-乙校男生

$$=(200-x)-(250-x)$$

$$=200-x-250+x$$

$$=-50$$

題號	試題代碼		答案				
20	112-M7-C2-20		B				
學習重點	A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義： $ax+by=c$ 的圖形； $y=c$ 的圖形（水平線）； $x=c$ 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。						
知識向度	代數與函數		認知向度		程序執行		
題目	<p>如圖，坐標平面上有兩條直線 L 及直線 M。</p>  <p>下列何者為直線 L 及直線 M 的二元一次聯立方程式？</p> <p>(A) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$</p> <p>(B) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$</p> <p>(C) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$</p> <p>(D) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$</p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：44%
	全 體	0.23	0.44	0.15	0.18	0.00	
	高分組	0.19	0.69	0.04	0.08	0.00	鑑別度：0.43
	低分組	0.24	0.25	0.26	0.24	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							

本題給定坐標平面上兩直線的圖形，以及兩直線交點及其與 x 軸交點坐標，要求學生寫出兩直線方程式，評量學生是否掌握二元一次方程式的幾何意義。

(二) 數據說明

1. 整體通過率 44%，高分組答對率 69%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.43。
2. 44%的學生選擇正確答案 B；23%的學生選擇 A；15%的學生選擇 C；18%的學生選擇 D。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.43，正確答案為選項B，通過率為44%，顯示超過四成的學生已掌握二元一次方程式的幾何意義。
2. 有23%的學生選擇A (低分組有24%)，這些學生尚未掌握二元一次方程式的幾何意義。
3. 有15%的學生選擇C (低分組有26%)，這些學生尚未掌握二元一次方程式的幾何意義。
4. 有 18%的學生選擇 D (低分組有 24%)，這些學生尚未掌握二元一次方程式的幾何意義。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義： $ax+by=c$ 的圖形； $y=c$ 的圖形(水平線)； $x=c$ 的圖形(鉛垂線)；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。	F-8-2 一次函數的圖形；常數函數的圖形；一次函數的圖形。

三、教學建議

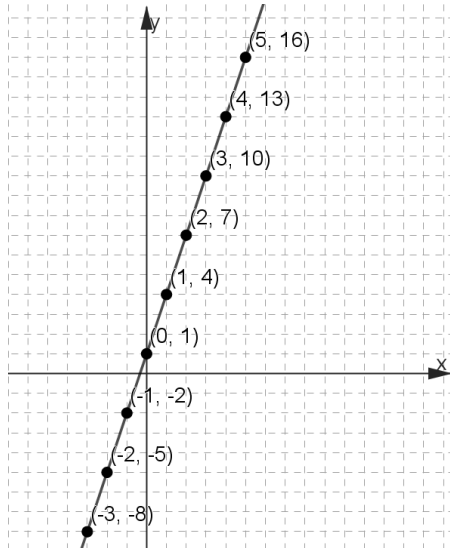
(一) 利用描點繪圖來說明二元一次方程式的圖形為一直線，而直線上的每一個點都是方程式的一組解。

1. 二元一次方程式 $y=ax+b$ 的圖形為一直線，以 $y=3x+1$ 為例：

(1) $y=3x+1$ 通過下列各點

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-8	-5	-2	1	4	7	10	13	16

(2) $y=3x+1$ 在座標平面上的圖形如下

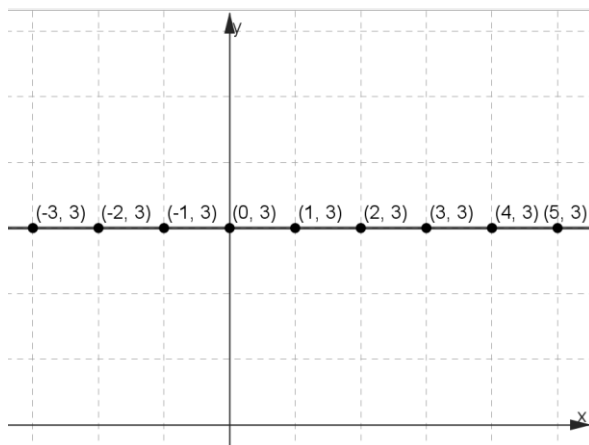


2. 二元一次方程式 $y=b$ 的圖形為一直線，以 $y=3$ 為例：

(1) $y=3$ 通過下列各點

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	3	3	3	3	3	3	3	3	3

(2) $y=3$ 在座標平面上的圖形如下

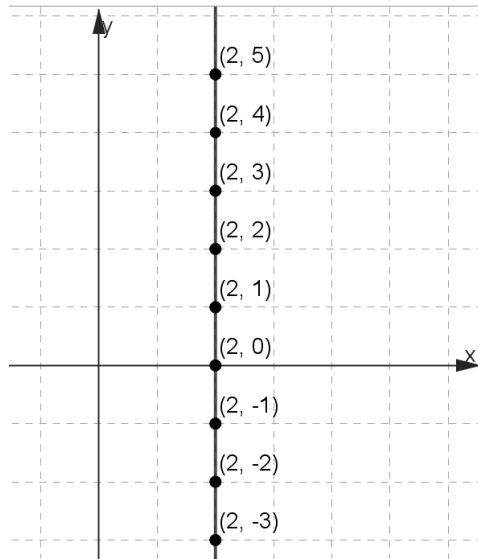


3. 二元一次方程式 $x=k$ 的圖形為一直線，以 $x=2$ 為例：

(1) $x=2$ 通過下列各點

x	2	2	2	2	2	2	2	2	2
y	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

(2) $x=2$ 在座標平面上的圖形如下



(二) 利用二元一次方程式的圖形為一直線，而直線上的每一個點都是方程式的一組解來說明二元一次聯立方程式是兩條直線，兩條直線的交點就是共同解。

(三) 以本題來說

1. 直線 L 通過(1,2)和(0,0)，因此帶入二元一次必能使等式成立。

2. 直線 M 通過(1,2)和(5,0)，因此帶入二元一次必能使等式成立。

$$\text{選項 A : } \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

$$2x - y = 0$$

$$(1, 2) \quad 2 \times 1 - 2 = 0 \rightarrow \text{成立}$$

$$(0, 0) \quad 2 \times 0 - 0 = 0 \rightarrow \text{成立}$$

$$2x + y = 4$$

$$(1, 2) \quad 2 \times 1 + 2 = 4 \rightarrow \text{成立}$$

$$(5, 0) \quad 2 \times 5 + 0 = 10 \rightarrow \text{不成立}$$

所以不是直線 L 和直線 M 的二元一次聯立方程式

$$\text{選項 B : } \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$2x - y = 0$$

$$(1, 2) \quad 2 \times 1 - 2 = 0 \rightarrow \text{成立}$$

$$(0, 0) \quad 2 \times 0 - 0 = 0 \rightarrow \text{成立}$$

$$x + 2y = 5$$

$$(1, 2) \quad 1 + 2 \times 2 = 5 \rightarrow \text{成立}$$

$$(5, 0) \quad 5 + 2 \times 0 = 5 \rightarrow \text{成立}$$

所以是直線 L 和直線 M 的二元一次聯立方程式

$$\text{選項 C : } \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

$$x - 2y = 0$$

$$(1, 2) \quad 1 - 2 \times 2 = -3 \rightarrow \text{不成立}$$

$$(0, 0) \quad 0 - 2 \times 0 = 0 \rightarrow \text{成立}$$

$$2x + y = 4$$

$$(1, 2) \quad 2 \times 1 + 2 = 4 \rightarrow \text{成立}$$

$$(5, 0) \quad 2 \times 5 + 0 = 10 \rightarrow \text{不成立}$$

所以不是直線 L 和直線 M 的二元一次聯立方程式

$$\text{選項 D : } \begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$x - 2y = 0$$

$$(1, 2) \quad 1 - 2 \times 2 = -3 \rightarrow \text{不成立}$$

$$(0, 0) \quad 0 - 2 \times 0 = 0 \rightarrow \text{成立}$$

$$x + 2y = 5$$

$$(1, 2) \quad 1 + 2 \times 2 = 5 \rightarrow \text{成立}$$

$$(5, 0) \quad 5 + 2 \times 0 = 5 \rightarrow \text{成立}$$

所以不是直線 L 和直線 M 的二元一次聯立方程式

題號	試題代碼		答案				
21	112-M7-A2-21		D				
學習重點	<p>N-7-8 科學記號：以科學記號表達正數，此數可以是很大的數（次方為正整數），也可以是很小的數（次方為負整數）。</p> <p>備註：本條目旨在科學記號的了解與使用，例如 1 奈米等於 10^{-9} 公尺，其中含有負數次方的部分，可以使用小數與之轉換來解釋，不宜牽涉到其他底數的負次方，也不宜涉及科學記號的四則運算。</p>						
知識向度	數與量		認知向度		程序執行		
題目	<p>根據統計，<u>臺灣</u>在 2018 年的廚餘回收量達 59 萬公噸，為亞洲浪費食物之冠，59 萬公噸相當於多少公斤？(1公噸 = 1000公斤)</p> <p>(A) 5.9×10^4</p> <p>(B) 5.9×10^5</p> <p>(C) 5.9×10^7</p> <p>(D) 5.9×10^8</p>						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：34%
	全 體	0.29	0.20	0.17	0.34	0.00	
	高分組	0.17	0.08	0.12	0.63	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.33	0.32	0.21	0.14	0.00	
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定一個轉換科學記號的情境題，要求學生將給定的大數字轉記為科學記號，評量學生是否理解科學記號表示法的意義。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 34%，高分組答對率 63%，低分組答對率 14%，鑑別度 0.49。</p> <p>2. 34%的學生選擇正確答案 D；29%的學生選擇 A；20%的學生選擇 B；17%的學生選擇 C。</p> <p>(三) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為 0.49，正確答案為選項 D，通過率為 34%，顯示超過三成的學生</p>							

已具備利用科學記號表達正數的能力。

2. 有 29% 的學生選擇 A (低分組有 33%)，這些學生可能誤以為重量為 59 公噸，相當於 $59 \times 1000 = 59000 = 5.9 \times 10^4$ 公斤。
3. 有 20% 的學生選擇 B (低分組有 32%)，這些學生可能得到重量為 59 萬公斤，相當於 $590000 = 5.9 \times 10^5$ 公斤。
4. 有 17% 的學生選擇 C (低分組有 21%)，這些學生可能計算得到 $59 \times 10000 \times 1000$ 公斤，相當於 590000000 公斤，但學生計算 0 的個數有 7 個，故得到 5.9×10^7 公斤。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-7-6 指數的意義：指數為非負整數的次方；$a \neq 0$ 時 $a^0 = 1$；同底數的大小比較；指數的運算。</p> <p>N-7-7 指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」($a^m \times a^n = a^{m+n}$、$(a^m)^n = a^{mn}$、$(a \times b)^n = a^n \times b^n$，其中 m, n 為非負整數)；以數字例表示「同底數的除法指數律」($a^m \div a^n = a^{m-n}$，其中 $m \geq n$ 且 m, n 為非負整數)。</p>	<p>N-7-8 科學記號：以科學記號表達正數，此數可以是很大的數（次方為正整數），也可以是很小的數（次方為負整數）。</p> <p>備註：本條目旨在科學記號的了解與使用，例如 1 奈米等於 10^{-9} 公尺，其中含有負數次方的部分，可以使用小數與之轉換來解釋，不宜牽涉到其他底數的負次方，也不宜涉及科學記號的四則運算。</p>	無

三、教學建議

(一) 先幫助學生建立位值表

位名	千	百	十	個	十分	百分	千分
位值	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
10 的 次方	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
指數	3	2	1	0	-1	-2	-3

(二) 利用位值表幫助學生學習科學記號表示法

將 230000 寫成科學記號，先把數字填入下面表格

10 的次方	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
	2	3	0	0	0	0.

讓學生知道 230000 最高位的 2 表示 2 個 10^5 ，

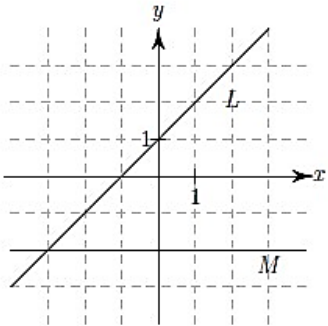
所以 230000 可以用科學記號表示成 2.3×10^5

(三) 將科學記號轉換成整數或小數

將 2.3×10^4 寫成小數，我們知道最高位的 2 表示 2 個 10^4 ，將數字填入下表

10 的次方	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
	2	3	0	0	0.

得到 $2.3 \times 10^4 = 23000$

題號	試題代碼		答案				
22	112-M7-C3-22		B				
學習重點	A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義： $ax+by=c$ 的圖形； $y=c$ 的圖形（水平線）； $x=c$ 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。						
知識向度	代數與函數	認知向度	解題思考				
題目	<p>下圖是直線 $L: x - y = a$ 和直線 $M: y = b$ 的圖形，其中 a、b 皆為整數。</p>  <p>求 $a + b = ?$</p> <p>(A) -5 (B) -3 (C) -1 (D) 1</p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：45%
	全 體	0.12	0.45	0.23	0.19	0.00	
	高分組	0.04	0.71	0.13	0.12	0.00	鑑別度：0.47
	低分組	0.22	0.25	0.31	0.23	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定兩直線方程式及方程式在直角坐標平面上的圖形，要求學生計算出方程式中的 a 、 b 值，評量學生是否掌握二元一次聯立方程式的幾何意義。							

(二) 數據說明

1. 整體通過率 45%，高分組答對率 71%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.47。
2. 45%的學生選擇正確答案 B；12%的學生選擇 A；23%的學生選擇 C；19%的學生選擇 D。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.47，正確答案為選項B，通過率為45%，顯示四成五的學生已掌握二元一次聯立方程式的幾何意義。
2. 有12%的學生選擇A (低分組有22%)，這些學生可能正確判斷兩直線交點坐標為(-3,-2)，誤將a判斷為-3、b=-2，得 $a+b=-3+(-2)=-5$ ，這些學生可能部分掌握二元一次聯立方程式的幾何意義。
3. 有23%的學生選擇C (低分組有31%)，這些學生可能誤將x軸看成是直線M，進而判斷兩直線交點坐標為(-1,0)，算出 $a=-1-0=-1$ ， $b=0$ ， $a+b=-1+0=-1$ ，這些學生可能部分掌握二元一次聯立方程式的幾何意義。
4. 有 19%的學生選擇 D (低分組有 23%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未掌握二元一次聯立方程式的幾何意義。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義： $ax+by=c$ 的圖形； $y=c$ 的圖形(水平線)； $x=c$ 的圖形(鉛垂線)；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。	無

三、教學建議

(一) 複習二元一次聯立方程式的幾何意義。

(二) 以本題為例，進行解題說明。

直角坐標平面上兩直線交點坐標為(-3,-2)

表示直線 L 通過(-3,-2)，也就是可以將 $x=-3$ 、 $y=-2$ 代入直線 L 方程式

得 $-3-(-2)=a$ ， $a=-1$

表示直線 M 通過(-3,-2)，也就是可以將 $x=-3$ 、 $y=-2$ 代入直線 M 方程式

得 $-2=b$

因此 $a+b=-1+(-2)=-3$

題號	試題代碼		答案				
23	112-M7-A3-23		C				
學習重點	N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。 備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。						
知識向度	數與量	認知向度	解題思考				
題目	<p>小倩在網路上查到手工布丁的食譜如下：</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>手工布丁 5 杯份量 鮮奶 280mL、雞蛋 2 顆、鮮奶油 30mL、砂糖 30g(布丁液用) 黑糖 5 小匙(放在布丁底部用)</p> </div> <p>她檢查了一下家裡的庫存發現，鮮奶剩下 784 mL，鮮奶油剩下 78 mL，其他材料都足夠使用，請問他最多可以做多少杯布丁？</p> <p>(A)2 (B)3 (C)13 (D)14</p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：46%
	全 體	0.35	0.09	0.46	0.09	0.00	
	高分組	0.23	0.01	0.72	0.03	0.00	鑑別度：0.47
	低分組	0.37	0.21	0.25	0.16	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定製作布丁的配方與各項材料的庫存，要求學生算出最多可以製作出的布丁數量，評量學生是否具備運用比或比例式解應用問題的能力。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 46%，高分組答對率 72%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.47。							

2. 46%的學生選擇正確答案 C；35%的學生選擇 A；9%的學生選擇 B；9%的學生選擇 D。

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.47，正確答案為選項C，通過率為46%，顯示近五成的學生已具備運用比或比例式解應用問題的能力。
2. 有35%的學生選擇A (低分組有37%)，這些學生直接把庫存量除以食譜給的分量，算出庫存量是食譜分量的2倍，但未考慮到食譜為5杯的分量，尚未具備運用比或比例式解應用問題的能力。
3. 有9%的學生選擇B (低分組有21%)，這些學生直接把庫存量除以食譜給的分量，算出庫存量是食譜分量的2倍，不僅未考慮到食譜為5杯的分量，還把不足的材料也估算入可以做成品的量，尚未具備運用比或比例式解應用問題的能力。
4. 有9%的學生選擇D (低分組有16%)，這些有考慮到食譜為5杯的分量，但把不足的材料也估算入可以做成品的量，尚未具備運用比或比例式解應用問題的能力。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-6-6 比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的兩種倍數關係(比例思考的基礎)。解決比的應用問題。</p> <p>備註：比中各數原則上為整數，但也可包含簡單之小數與分數。</p>	<p>N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。</p> <p>備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。</p>	<p>S-8-8 三角形的基本性質：等腰三角形兩底角相等；非等腰三角形大角對大邊，大邊對大角；三角形兩邊和大於第三邊；外角等於其內對角和。</p>

三、教學建議

(一) 複習比例式比值、倍數的概念，請參考第 8 題之教學建議。

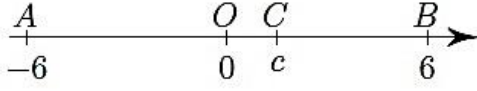
(二) 以此題為例

杯數	鮮奶(mL)	鮮奶油(mL)
5 杯	280	30
? 杯	784	
? 杯	=	78

鮮奶 784mL 最多可以做出 $5 \times \frac{784}{280} = 14$ 杯。

鮮奶油 78mL 最多可以做出 $5 \times \frac{78}{30} = 13$ 杯。

因此最多只能做出 13 杯布丁。

題號	試題代碼		答案				
24	112-M7-A1-24		A				
學習重點	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a, b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。						
知識向度	數與量		認知向度		概念理解		
題目	如圖，數線上有 A 、 O 、 C 、 B 四點，已知 $P(x)$ 為 A 和 C 的中點。  下列敘述何者正確？ (A) $x = \frac{c-6}{2}$ (B) $x = \frac{c+6}{2}$ (C) $ x-6 = x-c $ (D) $ x+6 = x+c $						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：30%
	全 體	0.30	0.36	0.20	0.14	0.01	
	高分組	0.44	0.38	0.10	0.08	0.00	鑑別度：0.25
	低分組	0.19	0.30	0.29	0.21	0.01	
一、試題分析 (一) 評量目標 本題給定數線上包含原點的四點及其坐標，要求學生利用中點的定義選出正確的選項，評量學生是否具備利用絕對值解題的能力。 (二) 數據說明 1. 整體通過率 30%，高分組答對率 44%，低分組答對率 19%，鑑別度 0.25。 2. 30%的學生選擇正確答案 A；36%的學生選擇 B；20%的學生選擇 C；14%的學生選擇 D。							

(三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.25，正確答案為選項 A，通過率為 30%，顯示三成的學生已具備利用絕對值解題的能力。
2. 有 36% 的學生選擇 B (低分組有 30%)，這些學生可能誤解中點的意義，以為中點的坐標是計算左右兩端點的坐標之差再除以 2。
3. 有 20% 的學生選擇 C (低分組有 29%)，這些學生可能誤以為 $P(x)$ 為 $C(c)$ 和 $B(6)$ 的中點，故得到 $|x-6|=|x-c|$ 。
4. 有 14% 的學生選擇 D (低分組有 21%)，這些學生可能不熟悉利用絕對值計算數線上兩點的距離，得到 $\overline{AP}=|x-(-6)|=|x+6|$ ， $\overline{PC}=|x+c|$ ，故得 $|x+6|=|x+c|$ 。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-4-8 數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。 備註：標記限一位小數（相當於分母等於 10）與分母不大於 5 的分數。以等值分數思維（N-4-6）協助學生認識整數、分數、小數為一體。因初學等值分數，本條目不處理分數和小數的混合計算問題。	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a, b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。	無

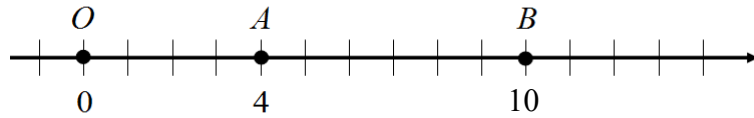
三、教學建議

(一) 先複習數線兩點距離如何計算：

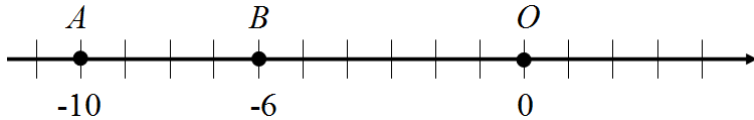
1. 先考慮一數到原點的距離會等於該數的絕對值：例 $A(3)$ 到原點的距離 $=|3|=3$ ， $B(-5)$ 到原點的距離 $=|-5|=5$

2. 再考慮兩數的距離可以分成三種狀況討論：

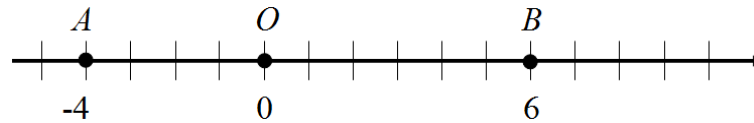
(1) 兩數同為正數， $\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = 10 - 4 = 6$



(2) 兩數同為負數， $\overline{AB} = \overline{OA} - \overline{OB} = 10 - 6 = (-6) - (-10) = 4$



(3) 兩數互為相反數， $\overline{AB} = \overline{OB} + \overline{OA} = 6 + 4 = 6 - (-4) = 10$



3. 由2的(1)(2)(3)可知數線兩點的距離等於右邊點的坐標減去左邊點的坐標，也就是較大的坐標減去較小的坐標，若不管那兩點的坐標誰大誰小，也可以用兩點坐標相減的絕對值表示。例如：給定兩點 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，則 $\overline{AB} = |a - b|$ 或 $|b - a|$ 。

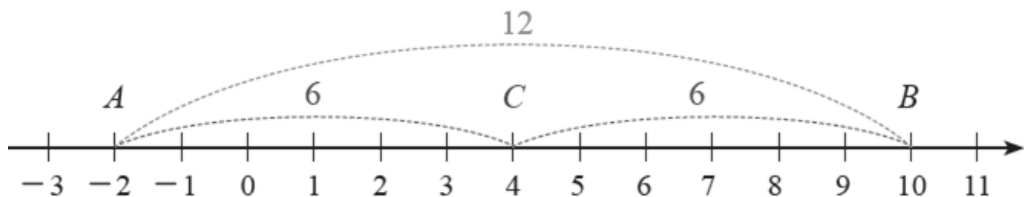
(二) 舉例說明中點坐標如何計算：

例：已知 $A(-2)$ 、 $B(10)$ ，求 A 、 B 兩點的中點(C 點)坐標為何？

$$\overline{AB} = 10 - (-2) = 12, \quad \overline{AC} = \overline{BC} = 12 \div 2 = 6,$$

由 A 點坐標往右 6 個單位長可得 $(-2) + 6 = 4$ ，

即 A 、 B 兩點的中點(C 點)坐標為 4。

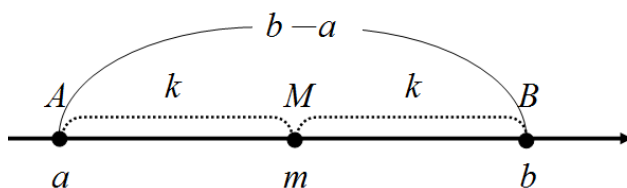


(三) ※中點公式：(需假設變數，建議在講一元一次方程式時再介紹)

設數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，且 B 在 A 的右方， A 、 B 的中點為 $M(m)$ ，

$$\overline{AB} = b - a, \quad \overline{AM} = \overline{MB} = k = \frac{b - a}{2}, \quad m = a + k = a + \frac{b - a}{2} = \frac{a + b}{2}, \quad \text{得到中點 } M$$

的坐標 = $\frac{a + b}{2}$ (亦即 A 、 B 兩點的坐標相加除以 2)



以上題為例：可知 A(-2)和 B(10)的中點坐標為 $\frac{-2+10}{2} = 4$

題號	試題代碼				答案		
25	112-M7-C2-25				A		
學習重點	A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。						
知識向度	代數與函數		認知向度		程序執行		
題目	<p>已知 a、b 為整數且 $ax = b$ 的解為 $x = -\frac{2}{3}$， 請問 $by = a$ 的解為 $y = ?$</p> <p>(A) $-\frac{3}{2}$</p> <p>(B) $-\frac{2}{3}$</p> <p>(C) $\frac{2}{3}$</p> <p>(D) $\frac{3}{2}$</p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：41%
	全 體	0.41	0.20	0.19	0.19	0.01	
	高分組	0.75	0.10	0.07	0.08	0.01	鑑別度：0.55
	低分組	0.20	0.26	0.28	0.25	0.01	
一、試題分析							
(一) 評量目標							
本題給定含有未知數的一元一次方程式及其解，要求學生選出由其衍生的一元一次方程式的解，評量學生是否理解一元一次方程式解的意義。							
(二) 數據說明							
1. 整體通過率 41%，高分組答對率 75%，低分組答對率 20%，鑑別度 0.55。							
2. 41%的學生選擇正確答案 A；20%的學生選擇 B；19%的學生選擇 C；19%的學生選擇 D。							
(三) 選項及學生表現說明							
1. 本題鑑別度為0.55，正確答案為選項A，通過率為41%，顯示超過四成的學生已理解一元一次方程式解的意義。							

2. 有20%的學生選擇B (低分組有26%)，這些學生可能認為 $ax = b$ 與 $by = a$ 有相同的解，或者在計算時發生錯誤。
3. 有19%的學生選擇C (低分組有28%)，這些學生可能認為 $ax = b$ 的解與 $by = a$ 的解互為相反數，或者在計算時發生錯誤。
4. 有19%的學生選擇D (低分組有25%)，這些學生可能認為 $ax = b$ 的解與 $by = a$ 的解乘積為-1，或者在計算時發生錯誤。

二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>R-5-3</p> <p>以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。</p> <p>備註：藉由幾何圖形的面積與體積公式較易進行。也可在分數乘法中運用。</p>	<p>A-7-2</p> <p>一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。</p>	<p>F-8-1</p> <p>一次函數：透過對應關係認識函數（不要出$f(x)$的抽象型式）、常數函數（$y=c$）、一次函數（$y=ax+b$）。</p> <p>F-8-2</p> <p>一次函數的圖形：常數函數的圖形；一次函數的圖形。</p>

三、教學建議

(一) 透過生活情境，幫助學生理解方程式解的意義。以下例說明：

可樂每瓶 a 元，購買5瓶可樂，付了200元，找回50元。子題①，要求學生依題意列出方程式 $200 - 5 \times a = 50$ 。子題②，提供三個選項(A)20元、(B)25元、(C)30元，要求學生判斷可樂每瓶多少錢。幫助學生認識一元一次方程式解的意義。

(二) 透過方程式，幫助學生熟練方程式解的意義。以下例說明：

給定一個一元一次方程式 $3x - 7 = -1$ ，及選項(A) $x = 1$ 、(B) $x = -3$ 、(C) $x = 2$ ，要求學生判斷何者為 $3x - 7 = -1$ 的解。幫助學生理解一元一次方程式的解即為「以該值代入 x 使得方程式的兩邊相等，該值稱為一元一次方程式的解」。

伍、整體學力表現分析

一、不同背景變項學生整體學力表現分析

本計畫同時採用古典測驗理論(classical test theory, CTT)與試題反應理論(item response theory, IRT) 三參數模式作為試題分析理論基礎，並以三參數模式進行學生能力估計。三參數模式有 a、b、c 三種參數，分別代表鑑別度、難度以及猜測度。學生能力估計值則參考 PISA 與 TIMSS 等國際大型測驗的作法，將估計出來的能力轉換至平均分數 500，標準差 100 的量尺上，再以轉換所得量尺分數進行不同背景變項學生表現分析。本年度數學七年級整體學生學力表現分布狀況，如圖 5-1 所示。

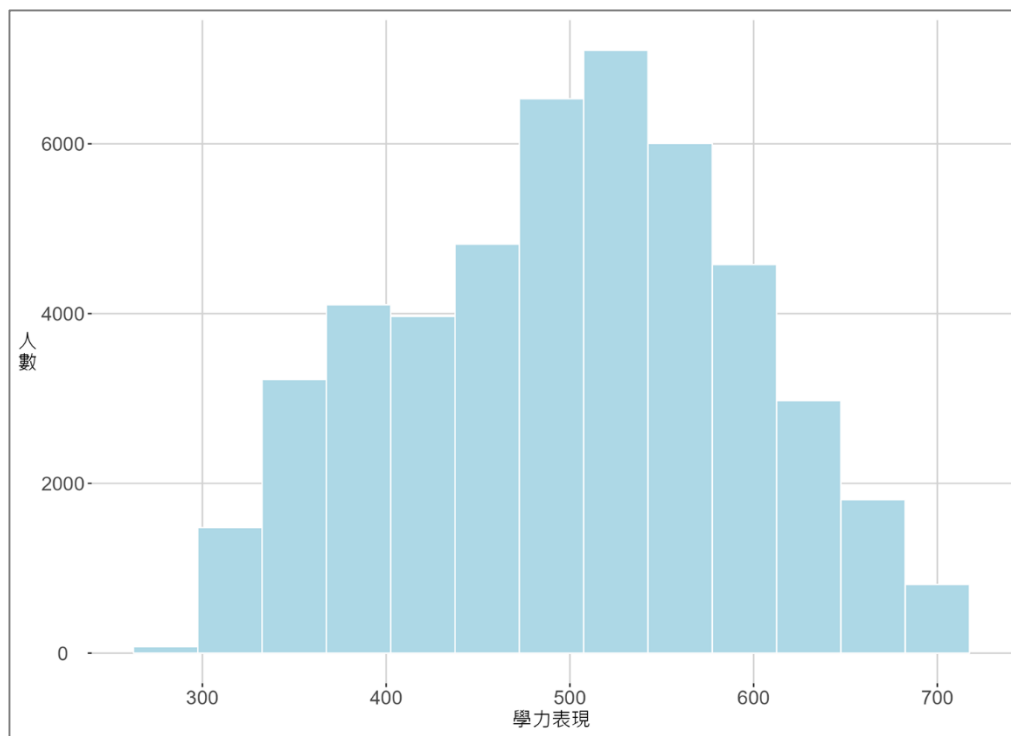


圖 5-1 數學七年級整體學生學力表現分布圖

如圖 5-2，以性別為背景變項進行分析，男生的平均量尺分數為 497（標準差 98），女生平均量尺分數則為 502（標準差 88）；再以不同都市化程度進行背景變項分析，發現「都會核心」、「工商市區」及「新興市鎮」之七年級學生其數學學力檢測表現高於整體平均，「傳統產業市鎮」、「低度發展鄉鎮」、「高齡化鄉鎮」及「偏遠鄉鎮」學生之表現低於整體平均。

按照不同都市化程度學力表現由高至低依序為「都會核心」、「工商市區」、「新興市鎮」、「傳統產業市鎮」、「低度發展鄉鎮」、「高齡化鄉鎮」、「偏遠鄉鎮」，各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差如表 5-1 所示。本年度報考學生人數 53,668 人，排除無效樣本後，總計背景變項分析有效樣本為 47,477 人。

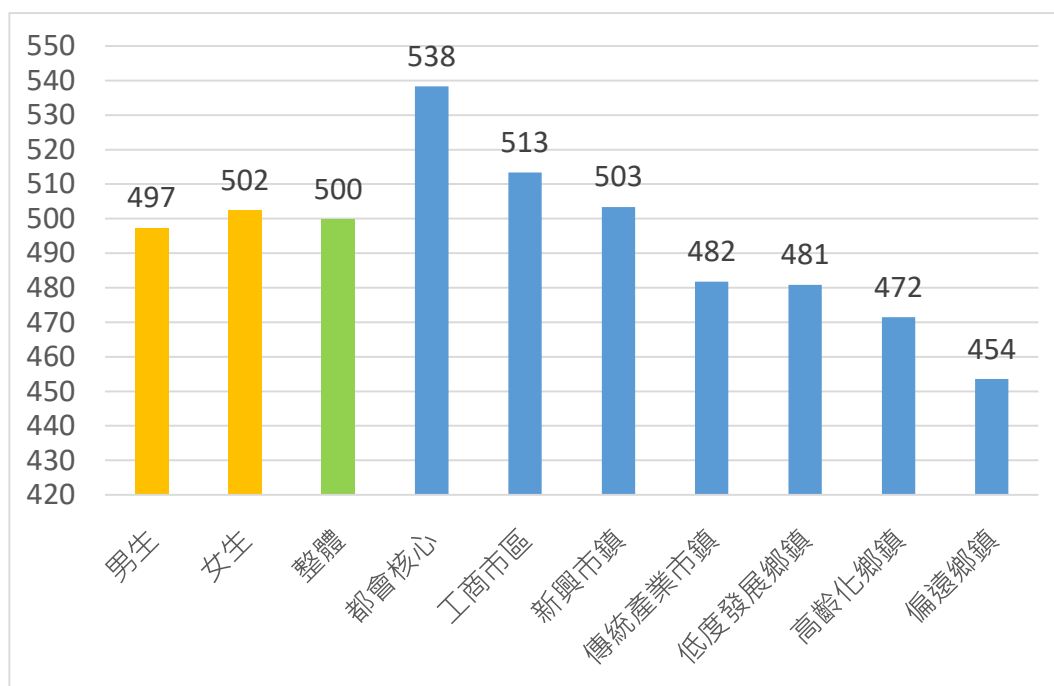


圖 5-2 數學七年級學生不同背景變項學力表現

表 5-1 各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差

	人數	平均數	標準差
整體	47,477	500	94
都會核心	2,992	538	91
工商市區	11,497	513	92
新興市鎮	17,131	503	94
傳統產業市鎮	4,881	482	91
低度發展鄉鎮	8,370	481	90
高齡化鄉鎮	1,635	472	87
偏遠鄉鎮	971	454	88

二、國民中學七年級學生於不同學習重點之答對率表現

藉由將「國民中學數學七年級學生學習能力檢測」題號，對應之十二年國教課程綱要學習重點和答對率進行交叉對照，可更明確檢視學生表現較優異和有待加強之處，相關整理如表 5-2 所示。

表 5-2-1 數與量學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90	2	N-7-1 100 以內的質數：質數和合數的定義；質數的篩法。
71~80	3	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a, b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。
	4	N-7-4 數的運算規律：交換律；結合律；分配律； $-(a+b)=-a-b$ ； $-(a-b)=-a+b$ 。
61~70	8	N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。 備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。
	10	N-7-6 指數的意義：指數為非負整數的次方； $a \neq 0$ 時 $a^0=1$ ；同底數的大小比較；指數的運算。
51~60	12	N-7-3 負數與數的四則混合運算(含分數、小數)：使用「正、負」表徵生活中的量；相反數；數的四則混合運算。
41~50	23	N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。 備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。

	14	N-7-7	指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」($a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 、 $(a^m)^n = a^{mn}$ 、 $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ，其中 m, n 為非負整數)；以數字例表示「同底數的除法指數律」($a^m / a^n = a^{m-n}$ ，其中 $m \geq n$ 且 m, n 為非負整數)。
31~40	18	N-7-2	質因數分解的標準分解式：質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。
	21	N-7-8	科學記號：以科學記號表達正數，此數可以是很大的數（次方為正整數），也可以是很小的數（次方為負整數）。 備註：本條目旨在科學記號的了解與使用，例如 1 奈米等於 10^{-9} 公尺，其中含有負數次方的部分，可以使用小數與之轉換來解釋，不宜牽涉到其他底數的負次方，也不宜涉及科學記號的四則運算。
21~30	24	N-7-5	數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a, b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。
11~20			
0~10			

表 5-2-2 空間形狀與坐標幾何學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80	6	G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。
61~70	11	G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。
51~60		
41~50		
31~40		
21~30		
11~20		
0~10		

表 5-2-3 代數與函數學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90	1	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。
71~80	7	A-7-4 二元一次聯立方程式的意義：二元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次方程式；二元一次聯立方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次聯立方程式。
61~70	5	A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。
	9	A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。
51~60	13 15	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。
	16	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。
41~50	17	A-7-4 二元一次聯立方程式的意義：二元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次方程式；二元一次聯立方程式及其解的意義；具體情境中列出二元一次聯立方程式。
	19	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。
	20 22	A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義： $ax+by=c$ 的圖形； $y=c$ 的圖形（水平線）； $x=c$ 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。
	25	A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。
31~40		
21~30		
11~20		
0~10		

陸、整體教學建議

一、學生整體表現

由表 6-1 觀之，本次測驗全體學生的平均通過率是 57%。從學生在各評量指標-知識向度與認知向度的解題表現來看，其中，在知識向度方面，學生在空間形狀與坐標幾何向度的平均通過率最高(73%)，其次是代數與函數向度(57%)，而在數與量向度的平均通過率最低(54%)；在認知向度方面，學生在概念理解向度的平均通過率最高(59%)，在解題思考向度平均通過率最低(56%)。進一步分析資料，學生在空間形狀與坐標幾何*程序執行向度的平均通過率最佳 (全：78%，高分組：95%，低分組：47%)；學生在數與量*程序執行向度的平均通過率最低 (全：51%，高分組：78%，低分組：26%)。

此結果顯示針對七年級學生的數學課室教學，教師對於建立學生的質因數分解、科學記號及指數運算的能力，除須重視基本概念之講解說明與程序運算的練習之外，亦要多提供促進學生思考與討論的問題，幫助學生解題與思考，提升更高階段的學習成效。

表 6-1 整體學生及高分組、低分組學生於各評量向度之通過率

七	概念理解			程序執行			解題思考			小計		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率		分組	通過率
數與量	2、8、24	高	0.78	04、10、12、14、21	高	0.78	03、18、23	高	0.78	共 11 題	高	0.78
		全	0.60		全	0.51		全	0.54		全	0.54
		低	0.38		低	0.26		低	0.30		低	0.30
空間形狀與坐標幾何	11	高	0.94	6	高	0.95				共 2 題	高	0.95
		全	0.69		全	0.78	全	0.73				
		低	0.31		低	0.47	低	0.39				
代數與函數	09、13、15、17	高	0.84	05、07、20、25	高	0.85	01、16、19、22	高	0.83	共 12 題	高	0.84
		全	0.56		全	0.59		全	0.57		全	0.57
		低	0.25		低	0.29		低	0.31		低	0.28

七	概念理解			程序執行			解題思考			小計		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率		分組	通過率
小計	共 8 題	高	0.83	共 10 題	高	0.82	共 7 題	高	0.81	共 25 題	高	0.82
		全	0.59		全	0.57		全	0.56		全	0.57
		低	0.30		低	0.29		低	0.31		低	0.30

二、對學習待加強學生的觀察

本次測驗對象是國中七年級的學生，測驗的內容是以 108 年課程綱要-數學領域中所羅列之七年級學生應學習的學習內容作為命題依據。由上表 6-1 呈現的數據發現，高、低分組學生在這些題目的答對率大都有顯著差異。以下我們特別針對鑑別度最高的五題(第 9、16、5、13、11 題)再做進一步的分析與討論，提供老師作為教學上的參考。

(一) 一元一次方程式的意義

1. 評量目標

第 9 題(試題如下)對應的學習內容是「A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。」

已知小美今年 13 歲，小美父親今年 48 歲。經過 x 年後，父親年齡是小美年齡的 2 倍，下列哪個選項的列式符合上述題意？

(A) $48 = 2(x + 13)$

(B) $48 - 13 = 2x$

(C) $48 + x = 2 \times 13$

(D) $48 + x = 2(x + 13)$

本題給定有一個未知量的文字題，要求學生選出正確的列式，評量學生一元一次方程式列式的能力。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.71，正確答案為選項 D，通過率為 70%(高分組答對率 98%，低分組答對率 27%)，顯示七成的學生已具備由具體一元一次方程式列式的能力。
- (2) 有 11%的學生選擇 A (低分組有 25%)，這些學生可能忘了考慮父親也要計算 x 年後的年齡。
- (3) 有 6%的學生選擇 B (低分組有 19%)，這些學生可能誤解題意，以為小美與父親兩人年齡相差 x 歲的兩倍。
- (4) 有 12%的學生選擇 C (低分組有 30%)，這些學生可能忘了考慮小美也要計算 x 年後的年齡。

3. 教學建議

下面以「『志明今年 18 歲，志明的媽媽今年 48 歲，在 x 年前，志明媽媽的年齡是志明年齡的 2 倍，請問 $x = ?$ 』請根據題意列出方程式。」為例，說明如何幫助學生列式。

建議透過下列三個步驟，幫助學生利用含有未知數符號的關係式來列式：

步驟一：先說明志明 3 年前的年齡為 $(18-3)$ 歲，志明媽媽 3 年前的年齡為 $(48-3)$ 歲。其次說明，志明 x 年前的年齡為 $(18-x)$ 歲，志明媽媽 x 年前的年齡為 $(48-x)$ 歲。

步驟二：將志明媽媽 x 年前的年齡是志明 x 年前的年齡的兩倍轉換成數學關係式如下：

$$\text{「志明媽媽 } x \text{ 年前的年齡」} = 2 \times \text{「志明 } x \text{ 年前的年齡」}。$$

步驟三：轉換成含有未知數符號的關係式如下：

$$(48-x) = 2 \times (18-x) \cdot 48-x = 2(18-x)$$

(二) 二元一次聯立方程式的解法與應用

1. 評量目標

第 16 題(試題如下)對應的學習內容是「A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。」

阿強麵包店會在晚上八點後進行折扣，招牌麵包原價是一個 75 元，八點後的特價是一個 35 元。晚上十點結算時，今日的 100 個招牌麵包全部售完，而且該項共賣得 6100 元。請問八點後售出的招牌麵包是多少個？

- (A) 35
- (B) 50
- (C) 61
- (D) 75

本題給定有兩個未知量的文字題，要求學生列出二元一次聯立方程式並求解，評量學生是否具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.71，正確答案為選項 A，通過率為 56%(高分組答對率 92%，低分組答對率 21%)，顯示近六成的學生已具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。
- (2) 有 16%的學生選擇 B (低分組有 30%)，這些學生可能直接將 100 個麵包平分八點前賣 50 個，八點後賣 50 個，這些學生可能尚未具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。
- (3) 有 17%的學生選擇 C (低分組有 31%)，這些學生可能直接將最後兩個數據相除得 $6100 \div 100 = 61$ ，這些學生可能尚未具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。
- (4) 有 10%的學生選擇 D (低分組有 18%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未具備將應用問題轉化成二元一次聯立方程式並求出其解的能力。

3. 教學建議

- (1) i. 複習二元一次方程式的應用問題之列式。
- ii. 複習二元一次聯立方程式的應用問題之列式。
- iii. 複習二元一次方程式的解的意義。
- iv. 複習二元一次聯立方程式的解的意義。
- v. 複習二元一次聯立方程式解題的代入消去法，加減消去法。

(2) 以本題為例，進行解題說明。

i. 將應用問題轉化成二元一次聯立方程式，

原價的麵包一個 75 元，八點後的特價是一個 35 元，

可假設 75 元的麵包賣出 x 個，35 元的麵包賣出 y 個，

則可列出麵包數量的關係式： $x+y=100$ ，

再根據賣得的價錢，可列出金額的關係式： $75x+35y=6100$ 。

ii. 學生可利用二元一次方程式的解的意義，將 $x+y=100$ 的解列表：

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90
y	90	80	70	60	50	40	30	20	10

利用二元一次聯立方程式的解的意義，將上表代入 $75x+35y$ ，並和 6100 比較，得下表：

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90
y	90	80	70	60	50	40	30	20	10
$75x+35y$	3900	4300	4700	5100	5500	5900	6300	6700	7100

發現當 $(x,y)=(60,40)$ 時，列出金額不足 6100；當 $(x,y)=(70,30)$ 時，列出金額超過 6100，所以 x 的解為 60 幾。進而再簡單代幾個 (x,y) 值便可發現解為 $(x,y)=(65,35)$ 。

iii. 利用加減消去法解二元一次聯立方程式

要快速找 (x,y) 的解可以利用加減消去法，將以上得到的兩個關係式合併成為二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} x + y = 100 \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ 75x + 35y = 6100 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

接著再利用加減消去法進行解題

第①式 $\times 75$

$$\begin{cases} 75x + 75y = 7500 \dots \textcircled{3} \\ 75x + 35y = 6100 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

第③式-第②式 $40y=1400$ ，得 $y=35$

(三) 一元一次方程式的解法與應用

1. 評量目標

第 5 題(試題如下)對應的學習內容是「A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。」

解一元一次方程式 $3 - 2x = x + 18$ ， $x = ?$

(A) 15

(B) 5

(C) -5

(D) -15

本題給定一元一次方程式，要求學生計算其解，評量學生是否具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.66，正確答案為選項 C，通過率為 70%(高分組答對率 96%，低分組答對率 30%)，顯示七成的學生已具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。
- (2) 有 11%的學生選擇 A (低分組有 26%)，這些學生可能對加減的移項觀念不正確 ($-2x+x=18-3 \rightarrow -x=15$)，在除以負數的移項觀念也不正確($x=15$)，尚未具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。
- (3) 有 10%的學生選擇 B (低分組有 26%)，這些學生可能在加減的移項觀念正確 ($-2x-x=18-3 \rightarrow -3x=15$)，但在除以負數的移項觀念不正確($x=15 \div 3 \rightarrow x=5$)，尚未具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。
- (4) 有 9%的學生選擇 D (低分組有 18%)，這些學生可能對加減的移項觀念不正確 ($-2x+x=18-3 \rightarrow -x=15$)，但在除以負數的移項概念正確($x=15 \div (-1) \rightarrow x=-15$)，尚未具備利用移項法則或等量公理解一元一次方程式的能力。

3. 教學建議

- (1) i. 複習以未知數代表數列式。
ii. 複習一元一次方程式的解的意義。
iii. 複習利用等量公理或移項法解一元一次方程式。
- (2) 先以實例以列表的方式幫助學生找解，其次再說明等量公理的意義，加深等號兩邊同時加減或乘除一數等號仍成立，最後利用等量公理或移項法解一元一次方程式。

例一：小強想存錢買生日禮物給媽媽，禮物需要 570 元，阿凱目前有 170 元，每週存 50 元，幾週後就可以存到買禮物的錢呢？

- i. 引導學生思考 570 先減掉現有的 170 元，再除以 50，滿幾個 50 就是幾週。依題意可列式為 $170+50x=570$ 。
- ii. 將 x 由小到大代值列表：

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$170+50x$	170	220	270	320	370	420	470	520	570

因此，解為 $x=8$ 。

- iii. 如果代值很不容易找到解，可以利用等量公理或移項法解一元一次方程式。假設需要 x 週，依據禮物的金額可列出下列一元一次方程式。

$$\begin{array}{ccc} 170 + 50x = 570 & & \\ \begin{array}{c} \text{減去已有的 170} \\ \downarrow \end{array} & & \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{減去已有的 170} \end{array} \\ 50x = 400 & & \\ \begin{array}{c} \text{除掉倍數(每週 50)} \\ \downarrow \end{array} & & \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{除掉倍數(每週 50)} \end{array} \\ x = 8 & & \end{array}$$

例二：安安在桌上放了一盒 24 顆的巧克力在桌上，晚餐後想吃一顆，結果發現只剩下 7 顆，請問被吃掉了幾顆呢？

- i. 引導學生思考把剩下的和吃掉的就是全部的
ii. 假設吃掉 x 顆，依據剩下 7 顆可列出下列一元一次方程式。

$$\begin{array}{ccc}
 24 - x = 7 & & \\
 \text{加回吃掉的 } x \downarrow & & \downarrow \text{加回吃掉的 } x \\
 24 = 7 + x & & \\
 \text{減掉剩下的 } 7 \downarrow & & \downarrow \text{減掉剩下的 } 7 \\
 x = 17 & &
 \end{array}$$

(3) 以此題為例：

$$\begin{array}{ccc}
 3 - 2x = x + 18 & & \\
 \text{加回 } 2x \downarrow & & \downarrow \text{加回 } 2x \\
 3 = 3x + 18 & & \\
 \text{減掉 } 18 \downarrow & & \downarrow \text{減掉 } 18 \\
 -15 = 3x & & \\
 \text{除以倍數 } 3 \downarrow & & \downarrow \text{除以倍數 } 3 \\
 -5 = x & &
 \end{array}$$

(四) 代數符號

1. 評量目標

第 13 題(試題如下)對應的學習內容是「A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。」

化簡 $3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) = ?$

(A) $3x - 6$

(B) $3x - 7$

(C) $3x - 23$

(D) $3x - 25$

本題給定一元一次式的混合算式，要求學生選出化簡後的一元一次式，評量學

生是否具備一元一次式化簡的能力。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.64，正確答案為選項 D，通過率為 57% (高分組答對率 87%，低分組答對率 22%)，顯示近六成的學生已具備一元一次式化簡的能力。
- (2) 有 8% 的學生選擇 A (低分組有 23%)，這些學生可能錯誤使用分配律的運算，化簡過程為 $3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) = 6x - 8 - 3x + 2 = 3x - 6$ ，這些學生可能尚未具備一元一次式化簡的能力。
- (3) 有 10% 的學生選擇 B (低分組有 23%)，這些學生可能錯誤使用分配律的運算，化簡過程為 $3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) = 6x - 8 - 3x + 1 = 3x - 7$ ，這些學生可能尚未具備一元一次式化簡的能力。
- (4) 有 25% 的學生選擇 C (低分組有 32%)，這些學生可能錯誤使用分配律的運算，化簡過程為 $3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) = 6x - 24 - 3x + 1 = 3x - 23$ ，這些學生可能尚未具備一元一次式化簡的能力。

3. 教學建議

(1) i. 複習分數的加減乘除運算。

ii. 複習乘法對加法的分配律： $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ 。

學生在乘法對減法的分配律上，容易在減法的運算過程出現錯誤，因此建議可以將「減」都先轉換為「加」，之後分配律的運算會更為順利。

$$(i) 2 \times (7 - 3) = 2 \times [7 + (-3)] = 2 \times 7 + 2 \times (-3) = 14 + (-6) = 8$$

$$(ii) (-2) \times (8 - 3) = (-2) \times [8 + (-3)] = (-2) \times 8 + (-2) \times (-3) = -16 + 6 = -10$$

$$(iii) x \text{ 可以代表任意的數，所以 } (-3) \times (2 - x) = (-3) \times [2 + (-x)]$$

$$= (-3) \times 2 + (-3) \times (-x) = -6 + 3x$$

iii. 同類項合併的問題：

$$(i) 5 + 5 = 5 \times 2, 7 + 7 = 7 \times 2$$

x 可以代表任意的數，所以 $x + x = x \times 2 = 2x$ 。

$$2x + 3x = (x + x) + (x + x + x) = x \times 5 = 5x ;$$

$$5x - 3x = (x + x + x + x + x) - (x + x + x) = x + x = x \times 2 = 2x。$$

(ii) 可將 x 視為一個單位進行運算。

5 個 x 加上 3 個 x 等於 8 個 x ，所以 $5x + 3x = 8x$ ；

5 個 x 拿走 3 個 x 等於 2 個 x ，所以 $5x - 3x = 2x$ 。

(iii) x 和 1 是不同單位，可以仿照複名數方式記錄「幾個 x 和幾個一合起來」。

「5 公尺和 3 公分合起來」我們記成「5 公尺 3 公分」；同樣地，因為 x 和 1 是不同單位，所以「5 個 x 和 3 合起來」我們記成「 $5x+3$ 」。

(iv) 同單位合併記錄

例如：計算「5 公尺 3 公分+6 公尺 4 公分」時，因為「公尺」和「公分」是不同單位，我們會將「公尺」和「公分」分開計數，因為 $5+6=11$ 和 $3+4=7$ ，得「5 公尺 3 公分+6 公尺 4 公分=11 公尺 7 公分」。因此，計算「 $(5x+3)+(6x+4)$ 」時，因為「 x 」和「1」是不同單位，我們會將「 x 」和「1」分開計數，因為 $5+6=11$ 和 $3+4=7$ ，得「 $(5x+3)+(6x+4)=11x+7$ 」。

(2) 以本題為例，進行解題說明。

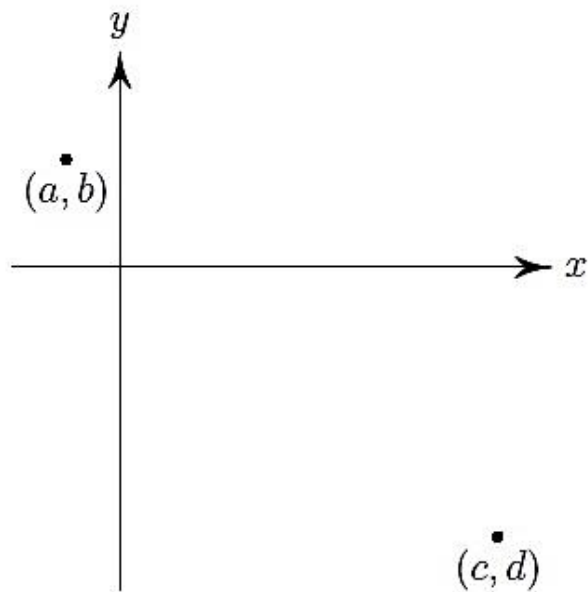
$$\begin{aligned} & 3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) \\ &= 3 \times [2x + (-8)] + \left(-\frac{1}{2}\right) \times (6x + 2) \\ &= 3 \times (2x) + 3 \times (-8) + \left(-\frac{1}{2}\right) \times (6x) + \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 \\ &= 6x + (-24) + (-3x) + (-1) \\ &= 6x + (-3x) + (-24) + (-1) \\ &= 3x + (-25) \\ &= 3x - 25 \end{aligned}$$

(五) 平面直角坐標系

1. 評量目標

第 11 題(試題如下)對應的學習內容是「G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語(縱軸、橫軸、象限)。」

如圖，直角坐標平面上有兩點 (a, b) 、 (c, d) 。



下列敘述何者正確？

- (A) $a > c$ 且 $|b| < |d|$
- (B) $a > c$ 且 $|b| > |d|$
- (C) $a < c$ 且 $|b| < |d|$
- (D) $a < c$ 且 $|b| > |d|$

本題給定平面坐標上兩點，要求學生判斷 a 和 c 、 $|b|$ 和 $|d|$ 的大小，評量學生是否具備在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。

2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.63，正確答案為選項 C，通過率為 69%(高分組答對率 94%，低分組答對率 31%)，顯示近七成的學生已具備在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。
- (2) 有 12%的學生選擇 A (低分組有 22%)，這些學生對 x 坐標的大小概念不正確，但對 y 坐標絕對值得大小判斷正確，尚未具備在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。

(3) 有 8% 的學生選擇 B (低分組有 24%)，這些學生對 x 坐標的大小概念不正確，對 y 坐標絕對值得大小判斷也不正確，尚未具備在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。

(4) 有 11% 的學生選擇 D (低分組有 22%)，這些學生對 x 坐標的大小概念正確，但對 y 坐標絕對值得大小判斷不正確，尚未具備在平面直角坐標系方位距離標定位置的能力。

3. 教學建議

(1) i. 複習直角坐標平面上的點標示。

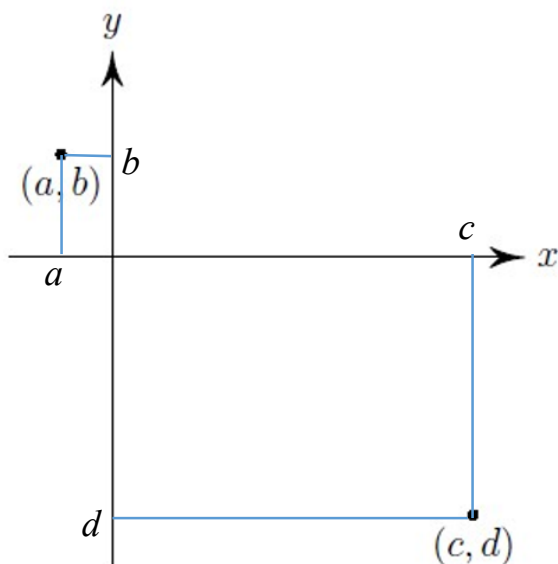
ii. 複習坐標平面上的點與坐標軸距離和其坐標之間的關係。

iii. 複習絕對值的意義。以圖形標示各點的 x 坐標 y 坐標以及 $|x|$ 與 $|y|$ 。

(2) 以本題為例說明：

直角坐標平面是由兩條互相垂直的數線 x 軸與 y 軸構成的，並將原點、 x 軸的點和 y 軸的點等 3 個頂點形成的長方形之第四個頂點，以 x 軸的點坐標和 y 軸的點坐標合併組成序對表示。

因此，先劃出以點 (a,b) 與原點為對頂點、坐標軸為邊的長方形，同理也畫出以點 (c,d) 與原點為對頂點、坐標軸為邊的長方形，並標示它們對應 x 軸的點坐標和 y 軸的點坐標，如下圖：



由上圖知 $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ 。

因為絕對值在數線上表示與原點的距離，得 $|c| > |a|$ 和 $|d| > |b|$ ，

故由圖可知， $a < 0 < c, |b| < |d|$ 。

112 年學力檢測測驗題本 數學七年級

作答注意事項：

各位同學：

你們好。

這是一份數學的試題，總共 25 題。

測驗時間為 45 分鐘。

每一題請選出一個最合適的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡畫記，不可超出格線外，如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，再重新畫記。

畫記說明：

當你想選擇的答案為 (D) 時，正確畫記為 (A) (B) (C) ●

其他事項：

★ 每一題都要回答。

★ 試題如有錯誤，請立即告知老師。

學 校	
班 級	
座 號	
姓 名	

1. 小歐在解一道卡牌問題，每張卡牌都只有一個數字。
他只知道以下三個訊息：

訊息一：卡牌總共有 9 張。

訊息二：卡牌上的數字只有 2 種，分別為：2、5。

訊息三：所有卡牌的數字的總和為 27。

請問卡牌中數字是 5 的有多少張？

- (A)1
- (B)2
- (C)3
- (D)4

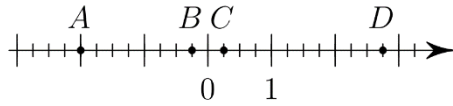
2. 下圖是利用短除法對 90 做質因數分解的過程。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ \underline{180} \\ 3 \overline{) a} \\ \underline{3b} \\ c \end{array}$$

請問下列敘述何者正確？

- (A) a 是質數
- (B) b 是質數
- (C) c 是質數
- (D)90 是質數

3. 數線上 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 、 $D(d)$ 四點的相對位置關係如下圖。



下列哪個選項的敘述是錯誤的？

- (A) C 點所表示的數為 $\frac{1}{4}$
- (B) $a < b < c < d$
- (C) b 和 c 互為相反數
- (D) $|a| < |b| < |c| < |d|$

4. 計算 $1234 \times (66 + 55) - 1234 \times (65 + 54) = ?$

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 1234
- (D) 2468

5. 解一元一次方程式 $3 - 2x = x + 18$ ， $x = ?$

- (A) 15
- (B) 5
- (C) -5
- (D) -15

6. 坐標平面上有一點 $P(5, -2)$ ，向上移動 3 單位，向左移動 7 單位，請問 P 點會移動到哪個象限？

- (A) 第一象限
- (B) 第二象限
- (C) 第三象限
- (D) 第四象限

7. 下列各組二元一次聯立方程式，何者的解不是 $x = 1$ ， $y = 2$ ？

(A)
$$\begin{cases} 2x = 2 \\ 6x - y = 4 \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = 8 \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ -3x + 5y = 7 \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} 6x - y = 4 \\ -3x + 5y = 7 \end{cases}$$

8. 已知 $x : y = 3 : 2$ ，下列敘述何者正確？

- (A) $x + y = 5$
- (B) $x - y = 1$
- (C) $x \times y = 6$
- (D) $x \div y = \frac{3}{2}$

9. 已知小美今年 13 歲，小美父親今年 48 歲。經過 x 年後，父親年齡是小美年齡的 2 倍，下列哪個選項的列式符合上述題意？

(A) $48 = 2(x + 13)$

(B) $48 - 13 = 2x$

(C) $48 + x = 2 \times 13$

(D) $48 + x = 2(x + 13)$

10. 已知 $a = 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 、 $b = 3^3 \times 5 \times 7^2$ 、 $c = 3^3 \times 5^2 \times 7$ ，請問 a 、 b 、 c 的大小關係為何？

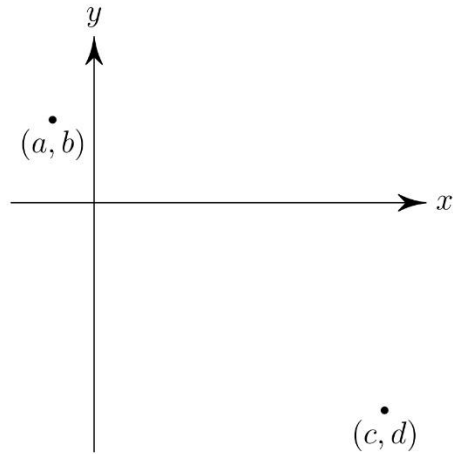
(A) $a > b > c$

(B) $a > c > b$

(C) $b > c > a$

(D) $b > a > c$

11. 如圖，直角坐標平面上有兩點 (a, b) 、 (c, d) 。



下列敘述何者正確？

- (A) $a > c$ 且 $|b| < |d|$
- (B) $a > c$ 且 $|b| > |d|$
- (C) $a < c$ 且 $|b| < |d|$
- (D) $a < c$ 且 $|b| > |d|$

12. 計算 $3 - 2 \div \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{5}{3}$ 的值為何？

- (A) $7\frac{2}{3}$
- (B) 6
- (C) $3\frac{1}{3}$
- (D) 0

13. 化簡 $3(2x - 8) - \frac{1}{2}(6x + 2) = ?$

- (A) $3x - 6$
- (B) $3x - 7$
- (C) $3x - 23$
- (D) $3x - 25$

14. 已知 $(16 \times 27)^a = (2^b \times 3^c)^a = 2^d \times 3^6$ ，其中 a 、 b 、 c 、 d 為正整數，下列選項何者正確？

- (A) $a = 3$
- (B) $b = 5$
- (C) $c = 4$
- (D) $d = 8$

15. 好食多披薩店提供外帶披薩買一送一活動，而且加購寶特瓶汽水一瓶只要 35 元。如果每種披薩一個只要 x 元，許老師從好食多帶了 8 個披薩及 4 瓶汽水，請問許老師花了多少元？

- (A) $x + 140$
- (B) $4x + 70$
- (C) $4x + 140$
- (D) $8x + 140$

16. 阿強麵包店會在晚上八點後進行折扣，招牌麵包原價是一個 75 元，八點後的特價是一個 35 元。晚上十點結算時，今日的 100 個招牌麵包全部售完，而且該項共賣得 6100 元。請問八點後售出的招牌麵包是多少個？

(A)35
(B)50
(C)61
(D)75

17. 「老師買了若干個披薩請班上的學生吃，有夏威夷和龍蝦兩種口味。老師將龍蝦披薩每個都切成 8 片，夏威夷披薩每個都切成 10 片，發現每位學生都剛好吃到 3 片披薩。」
假設老師買了 x 個龍蝦披薩和 y 個夏威夷披薩，下列哪個式子代表學生的總人數？

(A) $(\frac{x}{8} + \frac{y}{10}) \div 3$
(B) $(8x + 10y) \div 3$
(C) $(\frac{x}{8} + \frac{y}{10}) \times 3$
(D) $(8x + 10y) \times 3$

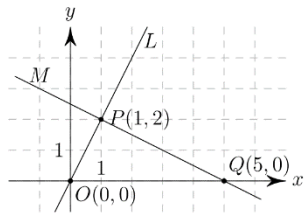
18. 設 $a = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11$ 、 $b = 2^5 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2 \times 11$ ，已知 k 為 a 的倍數，且 k 為 b 的因數，下列選項何者可能為 k 的標準分解式？

(A) $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11^2$
(B) $2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7 \times 11$
(C) $2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2$
(D) $2^7 \times 3^3 \times 5^5 \times 7^2 \times 11^2$

19. 全民運動會開幕典禮的大會舞，主辦單位邀請甲、乙兩校的同學參加，已知甲校有 300 人參加，乙校有 250 人參加，且兩校參加的全部同學中，男生比女生多 150 人。已知甲校男生比乙校女生多 100 人，則甲校女生比乙校男生多或少多少人？

- (A) 少 50 人
 (B) 少 100 人
 (C) 多 50 人
 (D) 多 100 人

20. 如圖，坐標平面上有兩條直線 L 及直線 M 。



- 下列何者為直線 L 及直線 M 的二元一次聯立方程式？

- (A) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

21. 根據統計，臺灣在 2018 年的廚餘回收量達 59 萬公噸，為亞洲浪費食物之冠，59 萬公噸相當於多少公斤？(1公噸 = 1000公斤)

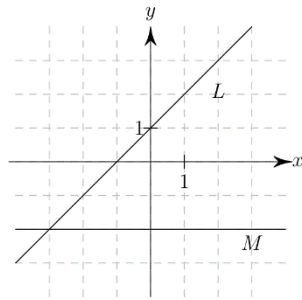
(A) 5.9×10^4

(B) 5.9×10^5

(C) 5.9×10^7

(D) 5.9×10^8

22. 下圖是直線 $L: x - y = a$ 和直線 $M: y = b$ 的圖形，其中 a 、 b 皆為整數。



求 $a + b = ?$

(A) -5

(B) -3

(C) -1

(D) 1

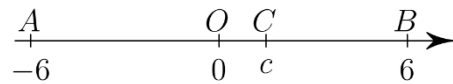
23. 小倩在網路上查到手工布丁的食譜如下：

手工布丁 5 杯份量
鮮奶 280mL、雞蛋 2 顆、鮮奶油 30mL、砂糖 30g(布丁液用)
黑糖 5 小匙(放在布丁底部用)

她檢查了一下家裡的庫存發現，鮮奶剩下 784 mL，鮮奶油剩下 78 mL，其他材料都足夠使用，請問他最多可以做多少杯布丁？

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 13
- (D) 14

24. 如圖，數線上有 A 、 O 、 C 、 B 四點，已知 $P(x)$ 為 A 和 C 的中點。



下列敘述何者正確？

- (A) $x = \frac{c-6}{2}$
- (B) $x = \frac{c+6}{2}$
- (C) $|x-6| = |x-c|$
- (D) $|x+6| = |x+c|$

25. 已知 a 、 b 為整數且 $ax = b$ 的解為 $x = -\frac{2}{3}$ ，
請問 $by = a$ 的解為 $y = ?$

(A) $-\frac{3}{2}$

(B) $-\frac{2}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{3}{2}$