

# 112 年度縣市學生學習能力檢測

## 數學八年級施測結果報告

---

國立臺中教育大學

National Taichung University of Education

測驗統計與適性學習研究中心

---

中華民國 112 年 12 月



## 目錄

壹、 背景與目的 .....	1
一、 背景 .....	1
二、 目的 .....	1
貳、 參與縣市與檢測規模 .....	2
參、 檢測對象與檢測工具 .....	3
一、 檢測對象 .....	3
二、 檢測工具 .....	4
肆、 試題分析與教學建議 .....	6
伍、 整體學力表現分析 .....	90
一、 不同背景變項學生整體學力表現分析 .....	90
二、 國民中學八年級學生於不同學習重點之答對率表現 .....	93
陸、 整體教學建議 .....	97
柒、 附錄 .....	108



## 壹、背景與目的

### 一、背景

測驗與評量是教育歷程中十分重要的一環，透過學力檢測可協助師生瞭解學生之學習成效與升學進路，及早發現待加強學生並啟動積極性教學介入，教育當局亦能評估施行的相關政策，透過調節教育資源來強化發展教學成效。

107 年開始，桃園市等五縣市以委託形式，由國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心協助辦理縣市學生學習能力檢測試題研發暨資料分析工作，108 年起，改以中心自辦學力檢測研發，各縣市依需求參與形式運作，112 年度有基隆市、新北市、桃園市、新竹縣、新竹市、苗栗縣、臺中市、南投縣、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、屏東縣、花蓮縣、澎湖縣以及金門縣等十六縣市共同參與，檢測對象為國民中小學三年級至八年級學生，檢測科目包含國語文、數學和英語文。

此份報告係根據檢測分析結果撰寫，現場教師可據以瞭解學生於各評量向度之表現情形，進而對學生進行適性適才之教學；教育決策者亦可更精準的將相關資源挹注於需求性相對較高的教育現場，讓教育和教學有效的朝「把每一個孩子帶上來」的方向前進。

### 二、目的

- (一) 測驗專責單位統一研發試題，降低各縣市命題壓力和研發成本。
- (二) 國民小學及國民中學學生學習能力檢測分析結果，協助教師瞭解學生學習概況以及科目內有待加強之內容向度。
- (三) 不同背景變項國民小學及國民中學學生學習能力表現之差異分析，可做為學校輔導或教育政策研擬之參考。

## 貳、參與縣市與檢測規模

本年度縣市學生學習能力檢測於 112 年 5 月 25 日進行，數學八年級施測人數為 31,820 人。各縣市在數學八年級之詳細參與情形如下表 2-1 所示。

表 2-1 112 年度國民中學學生學習能力檢測數學八年級縣市參與人數摘要表

參與縣市	報考學生人數	到考人數	缺考人數
苗栗縣	4,432	4,248	184
南投縣	3,613	3,353	260
雲林縣	5,486	5,153	333
嘉義縣	2,473	2,351	122
嘉義市	2,132	1,998	134
臺南市	12,275	11,638	637
花蓮縣	2,624	2,461	163
金門縣	620	618	2
總計	33,655	31,820	1,835

## 參、檢測對象與檢測工具

### 一、檢測對象

112 年參與國立臺中教育大學所承辦「國民中學數學八年級學生學習能力檢測」者為苗栗縣、南投縣、雲林縣、嘉義縣、嘉義市、臺南市、花蓮縣及金門縣等八縣市之國民中學八年級學生（未排除資源班及特殊生），應考名冊羅列 33,655 人、實際施測人數 31,820 人，其中男生 16,403 人、女生 15,388 人、未填寫性別 29 人，整體缺考率約為 5.5%。

根據教育部統計處資料顯示，111 學年我國國民中學校數為 967 校，參與本次學力檢測計 244 校，約佔全國國民中學總校數之 25%。參照傅仰止、蘇國賢、吳齊殷、廖培珊、謝淑惠（2018）對臺灣鄉鎮市區類型研究之分類，由於該計畫未包含金門縣和連江縣，本中心參考傅仰止等人（2018）研究的因子及縣市地區的人口結構，將金門縣鄉鎮市區類型分類。本次參與數學八年級學力檢測學校之 244 校中隸屬：

- ✓ 都會核心者（人口密度、專科以上教育、青壯年人口及服務業百分比最高）6 校。
- ✓ 工商市區（僅次於都會核心之商業高度發展地區）28 校。
- ✓ 新興市鎮（同時具有活絡的工業生產活動以及商業服務和相關工作能力）48 校。
- ✓ 傳統產業市鎮（就業人口供給較低、老年居民較多，僅能固守既有的傳統產業）29 校。
- ✓ 低度發展鄉鎮（就業人口及教育程度低，老年人口偏多，無明顯工商業活動與發展）80 校。
- ✓ 高齡化鄉鎮（工商服務相關屬性最低，較低人口密度與教育程度）41 校。
- ✓ 偏遠鄉鎮（低度工商業發展，存有最低層教育程度及人數稀少的居民）12 校。

## 二、檢測工具

「國民中學數學八年級學生學習能力檢測」(以下簡稱學力檢測)是由國立臺南大學教育系教授邀集臺南市現職國民中學教師組成命題團隊，一同編製、檢視而成。本次學力檢測試題包括「評量指標 - 知識向度」與「評量指標 - 認知向度」等兩個向度。其中，評量指標 - 知識向度包含數與量、空間形狀與坐標幾何、代數與函數以及資料與不確定性等四個指標；評量指標 - 認知向度包含概念理解、程序執行與解題思考等三個指標。學力檢測施測之正式題本總題數為 25 題，試題評量架構與試題各面向之題數分布如表 3-1 所示。

表 3-1 數學領域八年級正式題本評量指標架構與試題之題數分布

	認知向度			
知識向度	概念理解	程序執行	解題思考	
數與量	-	3	2	
空間形狀與坐標幾何	3	1	2	
代數與函數	1	8	2	
資料與不確定性	1	2	-	

命題團隊為顧及試題分布之均衡性，依概念理解、程序執行與解題思考等三個評量指標 - 認知向度；數與量、空間形狀與坐標幾何、代數與函數以及資料與不確定性等四個評量指標 - 知識向度，二個面向進行測驗試題之設計。「**數與量**」包括二次方根意義及計算、求二次方根近似值、根式化簡、有理化及四則運算、日常生活中有次序數列的規則性、觀察等差數列的規則性，並利用首項、公差計算等差數列的一般項、等差級數求和公式及生活中相關的問題、等比數列；「**空間形狀與坐標幾何**」包括簡單圖形與幾何符號、三視圖、垂直、線對稱的性質與基本圖形、畢氏定理、直角坐標系上兩點距離公式；「**代數與函數**」包括一元一次不等式的意義、求解及其應用、二次式乘法公式、多項式四則運算、二次多項式因式分解(提公因式法、乘法公式與十字交乘法)、一元二次方程式及其解的意義、解一元二次方程式(因式分解、配方法)及其應用問題；「**資料與不確定性**」包括統計圖表及平均數、中位數與眾數的意義、累積次數、相對次數、累積相對次數折線圖。詳細試題內容於各評量指標之分布題數如表 3-2 所示。

表 3-2 數學領域八年級施測正式題本於評量指標之題數分析

向度	學習重點	題數	題號
數與量	程序執行 N-8-1、N-8-4、N-8-5	3	05、14、22
	解題思考 N-8-6、N-8-2	2	12、20
空間形狀與 坐標幾何	概念理解 S-7-2、S-7-3、S-7-4	3	02、08、24
	程序執行 S-7-5	1	07
	解題思考 G-8-1、S-8-6	2	15、17
代數與函數	概念理解 A-8-6	1	09
	程序執行 A-8-1、A-7-7、A-8-4、A-8-3、 A-8-7、A-7-8、A-8-5、A-8-7	8	01、04、06、10、 11、16、18、21
	解題思考 F-8-1、F-8-2	2	19、25
資料與 不確定性	概念理解 D-7-2	1	13
	程序執行 D-7-1、D-8-1	2	03、23

## 肆、試題分析與教學建議

本報告先分析「112年國民中學數學八年級學生學習能力檢測」結果，再針對各試題提供相關建議，本試卷信度 Cronbach's alpha 值為 0.81，具一致性、穩定性及可靠性。

整份試卷未作答、連續五題以上未作答或答對率低於 0.25，且作答反應中有疑似亂答為無效樣本刪除標準，資料整理後納入分析之有效樣本數為 27,377 人，其中各科試題分析結果呈現時所涉及的名詞分別定義如表 4-1。

表 4-1 試題分析名詞解釋

試題分析名詞	解釋
高分組	參與測驗有效樣本總分排名前 27%之學生。
低分組	參與測驗有效樣本總分排名後 27%之學生。
選答率	參與測驗有效樣本於此試題選答各選項之比率。
通過率	參與測驗有效樣本之試題答對率。
鑑別度	高分組試題答對率與低分組試題答對率之差。

試題代碼：本次學力檢測試題分析報告中，每道數學題幹均配有一組試題代碼「112-Mn<sub>1</sub>-□n<sub>2</sub>-n<sub>3</sub>」。其中，M 表示「數學科」；n<sub>1</sub> 表示「n<sub>1</sub>年級」；□表示「知識向度」(A：數與計算；B：空間形狀與坐標幾何；C：代數與函數；D：資料與不確定性)；n<sub>2</sub> 表示「認知向度」(1：概念理解；2：程序執行；3：解題思考)；n<sub>3</sub> 表示「題號」(01 表示第 1 題)。

題號	試題代碼		答案				
1	112-M8-C2-01		B				
學習重點	A-8-1 二次式的乘法公式： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ； $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ； $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ； $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 。						
知識向度	代數與函數		認知向度		程序執行		
題目	計算 $107^2 - 93^2 = ?$ (A)9951 (B)2800 (C)400 (D)28						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：83%
	全 體	0.06	0.83	0.05	0.06	0.00	
	高分組	0.02	0.97	0.01	0.00	0.00	鑑別度：0.32
	低分組	0.11	0.64	0.11	0.14	0.00	

## 一、試題分析

### (一) 評量目標

本題給定一個兩數平方後再相減的算式，要求學生算出答案，評量學生是否具備二次式乘法公式計算的能力。

### (二) 數據說明

1. 整體通過率 83%，高分組答對率 97%，低分組答對率 64%，鑑別度 0.32。
2. 83%的學生選擇正確答案 B；6%的學生選擇 A；5%的學生選擇 C；6%的學生選擇 D。

### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.32，正確答案為選項 B，通過率為 83%，顯示超過八成的學生已具備二次式乘法公式計算的能力。
2. 有 6%的學生選擇 A (低分組有 11%)，這些學生可能算成  $107 \times 93 = 9951$ ，這些學生可能尚未具備二次式乘法公式計算的能力。

3. 有 5% 的學生選擇 C (低分組有 11%)，這些學生可能算成  $(107+93) \times 2 = 400$ ，這些學生可能尚未具備二次式乘法公式計算的能力。
4. 有 6% 的學生選擇 D (低分組有 14%)，這些學生可能將  $107^2$  視為是  $107 \times 2$ ，計算成  $107^2 - 93^2 = 107 \times 2 - 93 \times 2 = 28$ ，這些學生可能尚未具備二次式乘法公式計算的能力。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	A-7-1 代數符號：以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；一次式的化簡及同類項；以符號記錄生活中的情境問題。	A-8-1 二次式的乘法公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ； $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ； $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ； $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 。	無

## 三、教學建議

(一) 複習乘法公式。和的平方、差的平方、平方差。

1. 先複習乘法公式會使用到的分配律

以「老師將班上同學分組進行教學，每組有男生  $a$  人，女生  $b$  人，共  $c$  組，全班學生共有多少人？」為例，說明分配律  $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ 。

方法 1：合起來算

先算每組有  $a$  位男生， $b$  位女生合起來的人數，再計算  $c$  組的人數，算式可記成  $(a+b) \times c$ 。

方法 2：分開算

先分別算出  $c$  組男生的人數和女生人數，再合起來計算全班人數，算式可記成  $a \times c + b \times c$ 。

覺察發現：因為都是同一個問題，只是不同的算法，所以結果一定會相等。

結論：所以可以記成  $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ 。

## 2. 接著複習乘法公式

以「老師請客，班上同學每人都拿到一個  $a$  元的漢堡及一杯  $b$  元的飲料，已知班上男生有  $c$  人，女生有  $d$  人，老師共花多少錢請客？」為例，說明分配律  $(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$ 。

方法 1：合起來算

每位學生拿到的食物是  $(a+b)$  元，男女生共有  $(c+d)$  人，  
老師花費的算式可記成  $(a+b) \times (c+d)$

方法 2：分開算

(1) 每位學生拿到的食物是  $(a+b)$  元，

男生有  $c$  人，花費的算式可記成  $(a+b) \times c$

女生有  $d$  人，花費的算式可記成  $(a+b) \times d$

老師花費的算式可記成  $(a+b) \times c + (a+b) \times d$

(2) 漢堡一個  $a$  元，男生有  $c$  人，花費的算式可記成  $a \times c$

女生有  $d$  人，花費的算式可記成  $a \times d$

飲料一杯  $b$  元，男生有  $c$  人，花費的算式可記成  $b \times c$

女生有  $d$  人，花費的算式可記成  $b \times d$

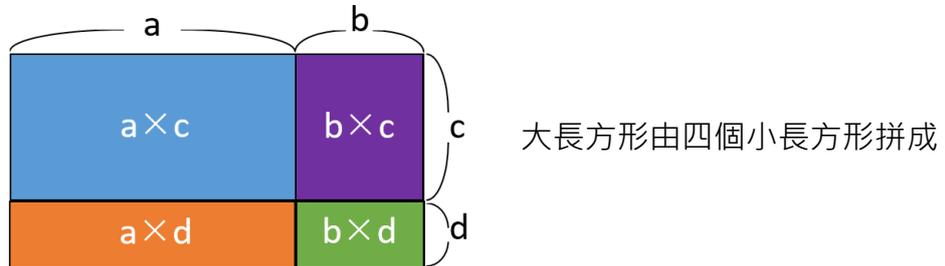
老師花費的算式可記成  $a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

覺察發現：因為都是同一個問題，只是不同的算法，所以結果一定會相等。

結論：所以可以記成

$$(a+b) \times (c+d) = (a+b) \times c + (a+b) \times d = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

可利用「長方形」圖像進行記憶



大長方形的面積為  $(a+b) \times (c+d)$ ，

四個小長方形分別為  $a \times c$ 、 $a \times d$ 、 $b \times c$ 、 $b \times d$

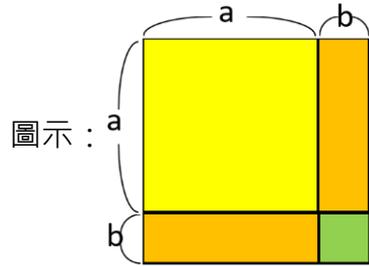
由「大長方形是由四個小長方形拼成」，

可得  $(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$ 。

### 3. 再複習和的平方、差的平方、平方差公式

(1) 和的平方公式。

$$(a+b)^2=(a+b)\times(a+b)=a\times a+a\times b+b\times a+b\times b=a^2+2ab+b^2$$



大正方形面積=兩個小正方形面積+兩個長方形面積

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

(2) 差的平方公式。 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

將 $(a-b)$ 改寫成 $[a+(-b)]$ 再利用和的平方公式(此處不利用圖式，圖式難度較高)

$$(a-b)^2=[a+(-b)]^2=a^2+2a(-b)+(-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

(3) 平方差公式。 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$  (此處不利用圖式，圖式難度較高)

將 $(a-b)$ 改寫成 $[a+(-b)]$ 再利用乘法公式

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b)&=(a+b)[a+(-b)]=a\times a+a\times(-b)+b\times a+b\times(-b) \\ &=a^2+(-ab)+ab+(-b^2)=a^2-b^2\end{aligned}$$

(二) 以本題為例，進行解題說明。

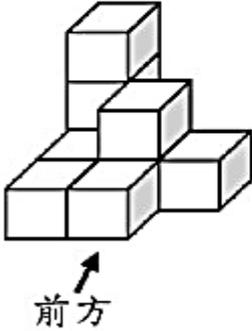
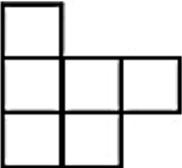
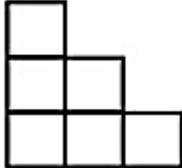
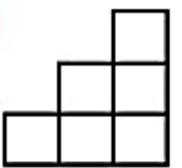
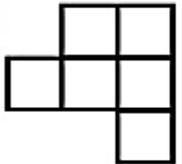
$107^2-93^2$ 符合平方差公式，也就是 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ，其中 $a=107$ ， $b=93$

所以  $107^2-93^2$

$$=(107+93)(107-93)$$

$$=200\times 14$$

$$=2800$$

題號	試題代碼		答案
2	112-M8-B1-02		A
學習重點	S-7-2 三視圖：立體圖形的前視圖、上視圖、左(右)視圖。立體圖形限制內嵌於 $3 \times 3 \times 3$ 的正方體且不得中空。		
知識向度	空間形狀與坐標幾何	認知向度	概念理解
題目	<p data-bbox="384 562 1161 607">下圖為 9 個正方體積木組成的立體形體。</p> <div data-bbox="432 663 684 994" style="text-align: center;">  </div> <p data-bbox="384 1061 1018 1106">下列哪個選項為此形體的上視圖？</p> <div data-bbox="427 1149 678 1917" style="margin-left: 20px;"> <p>(A) </p> <p>(B) </p> <p>(C) </p> <p>(D) </p> </div>		

選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：85%
	全 體	0.85	0.11	0.01	0.02	0.00	
	高分組	0.95	0.04	0.00	0.00	0.00	鑑別度：0.24
	低分組	0.71	0.20	0.04	0.05	0.00	

## 一、試題分析

### (一) 評量目標

本題給定由正方體積木組成的立體圖形，要求學生判斷此形體的上視圖，評量學生是否掌握三視圖的概念。

### (二) 數據說明

1. 整體通過率 85%，高分組答對率 95%，低分組答對率 71%，鑑別度 0.24。
2. 85%的學生選擇正確答案 A；11%的學生選擇 B；1%的學生選擇 C；2%的學生選擇 D。

### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.24，正確答案為選項 A，通過率為 85%，顯示八成五的學生已掌握三視圖的概念。
2. 有 11%的學生選擇 B (低分組有 20%)，這些學生尚未掌握三視圖的概念。
3. 有 1%的學生選擇 C (低分組有 4%)，這些學生尚未掌握三視圖的概念。
4. 有 2%的學生選擇 D (低分組有 5%)，這些學生尚未掌握三視圖的概念。

## 二、對應學習重點

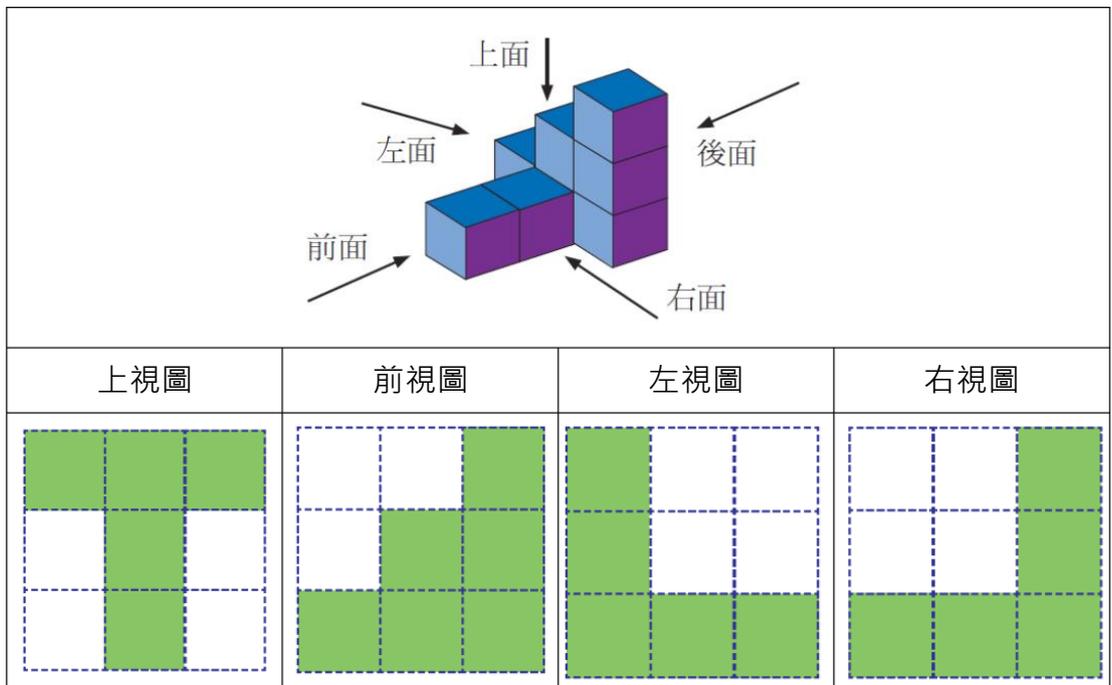
	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-6-4 柱體體積與表面積： 含角柱和圓柱。利用 簡單柱體，理解「柱體 體積 = 底面積 × 高」的 公式。簡單複合形體 體積。 備註：柱體體積不用 說明所有情況，即可 告知體積公式為底面	S-7-2 三視圖：立體圖形的 前視圖、上視圖、左 (右)視圖。立體圖形 限制內嵌於 3*3*3 的 正方體且不得中空。	無

積×高。柱體限三角柱、四角柱、圓柱。複合形體之體積以兩形體組合為限。柱體表面積只處理底面為圓、長方形、直角三角形、平行四邊形的情況，且應注意底面邊長的正確性。表面積不宜過度評量。表面積不處理複合形體。

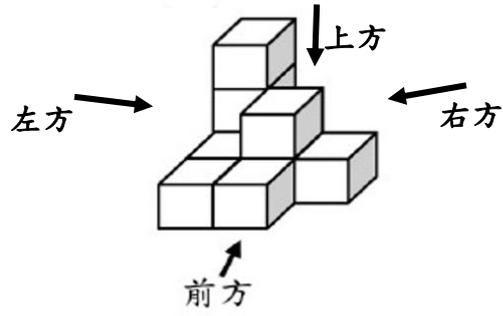
### 三、教學建議

#### (一) 強調確定方位才能確定視圖

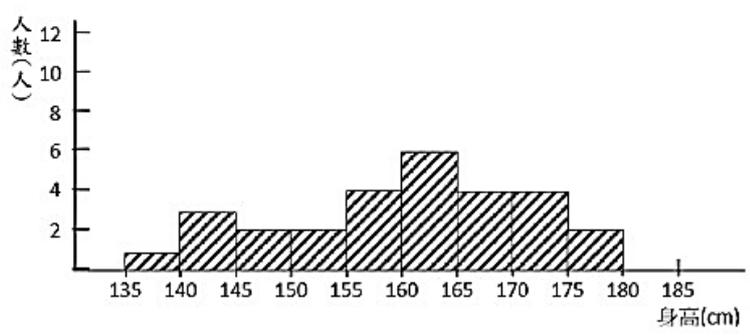
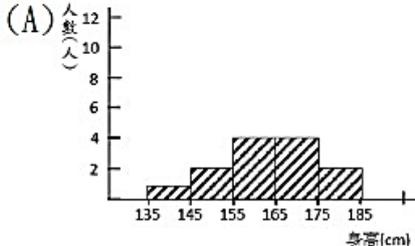
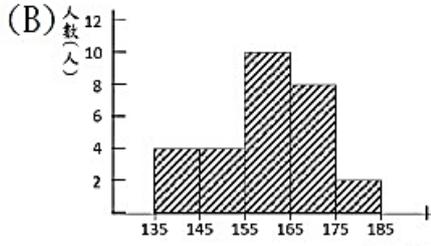
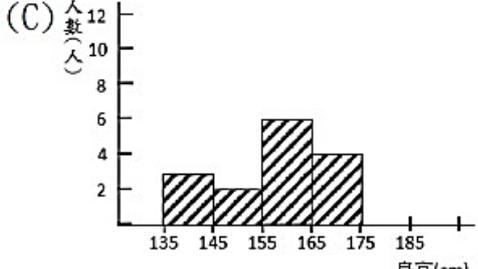
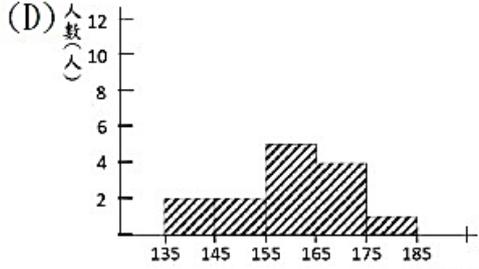
1. 給定實物立體圖形引導學生討論此立體圖形的樣貌，透過從實物立體圖形的上方觀察以及水平方向的觀察，及繪製視圖的練習與同班坐不同位置的同学討論，來理解觀察位置的不同與視圖（上、前、後、左、右視圖）的差異。
2. 整合前面對各方向視圖的學習，確定以立體圖形前方的觀察者位置，以下圖為例。



(二) 以此題為例



上視圖	前視圖	左視圖	右視圖

題號	試題代碼		答案				
3	112-M8-D2-03		B				
學習重點	D-7-1 統計圖表：蒐集生活中常見的數據資料，整理並繪製成含有原始資料或百分率的統計圖表：直方圖、長條圖、圓形圖、折線圖、列聯表。遇到複雜數據時可使用計算機輔助，教師可使用電腦應用軟體演示教授。						
知識向度	資料與不確定性	認知向度	程序執行				
題目	<p>阿立班上這學期全班的身高直方圖如下。</p>  <p>將組距改成是 10 公分後，下列何者為其身高直方圖？</p> <p>(A) </p> <p>(B) </p> <p>(C) </p> <p>(D) </p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：75%
	全 體	0.06	0.75	0.11	0.08	0.00	
	高分組	0.01	0.95	0.02	0.02	0.00	鑑別度：0.46
	低分組	0.13	0.50	0.23	0.14	0.00	

## 一、試題分析

### (一) 評量目標

本題給定一班級的身高直方圖，要求學生選出調整組距後的直方圖，評量學生是否具備繪製直方圖的能力。

### (二) 數據說明

1. 整體通過率 75%，高分組答對率 95%，低分組答對率 50%，鑑別度 0.46。
2. 75%的學生選擇正確答案 B；6%的學生選擇 A；11%的學生選 C；8%的學生選擇 D。

### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.46，正確答案為選項B，通過率為75%，顯示七成五的學生已具備繪製與解讀直方圖的能力。
2. 有6%的學生選擇A (低分組有13%)，這些學生未考慮組距已調整，純粹以135~140、145~150、155~160、165~170、175~180公分的各組次數做為調整後135~145、145~155、155~165、165~175、175~185公分的各組次數。
3. 有11%的學生選擇C (低分組有23%)，這些學生未考慮組距已調整，純粹以135~140、140~145公分兩組次數的算術平均值代表調整後135~145的次數；同樣也以145~150、150~155公分兩組中的算術平均值代表調整後145~155的次數，其餘以此類推。
4. 有8%的學生選擇D (低分組有14%)，這些學生可能不懂組距調整為10公分的意涵，或者在計算數值時計算錯誤。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	D-4-1 折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。 備註：教學與示例應	D-7-1 統計圖表：蒐集生活中常見的數據資料，整理並繪製成含有原始資料或百分率的統計圖表：直方圖、長條圖、圓形圖、折線圖、	D-9-1 統計數據的分布：全距；四分位距；盒狀圖。 備註：D-7-2 處裡單一統計量(平均數、中位數、眾數)表達數

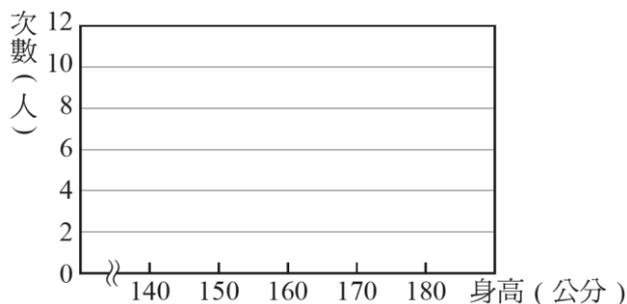
	注意處理「分類資料」與「有序變化性資料」之差別。	列聯表。遇到複雜數據時可使用計算機輔助，教師可使用電腦應用軟體演示教授。	據，本條目則傳達以盒狀圖描述數據的集中程度。
--	--------------------------	--------------------------------------	------------------------

### 三、教學建議

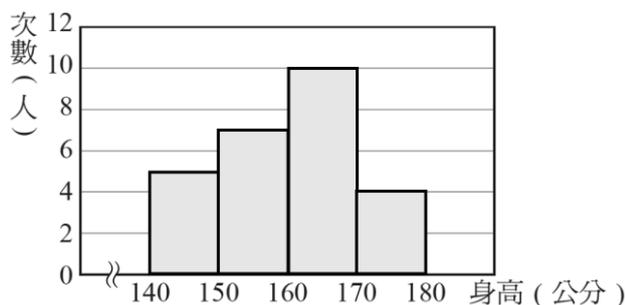
複習由分組次數分配表製作直方圖，底下以班級的身高分組次數分配表為例，說明如何製作直方圖：

身高(公分)	140~150	150~160	160~170	170~180	合計
次數(人)	5	7	10	4	26

步驟一：繪製直方圖的橫軸及縱軸，在兩個軸上標上適當的刻度，並標示類別及單位，其中橫軸 0 到 140 公分沒有對應的次數，可以在橫軸上標記省略符號  $\gg$ 。



步驟二：為了表達身高 140~150 公分的學生有 5 人，我們在橫軸上以刻度 140 到 150 的線段為底，對應的次數值 5 為高，畫出長方形；接下來以此類推分別畫出 150~160、160~170、170~180 公分的長條，請注意長條與長條之間必須互相緊鄰，沒有間距。



題號	試題代碼		答案				
4	112-M8-C2-04		A				
學習重點	A-7-7 一元一次不等式的意義:不等式的意義;具體情境中列出一元一次不等式。						
知識向度	代數與函數		認知向度		程序執行		
題目	<p>「<u>清清</u>飲料店綠茶多多一杯 35 元，紅豆牛奶一杯 45 元，購買金額達 490 元，享免費外送服務。<u>小嫻</u>買了綠茶多多和紅豆牛奶總共 12 杯，且有達到免費外送的條件。請問<u>小嫻</u>買了多少杯綠茶多多？」</p> <p>假設綠茶多多買了 <math>x</math> 杯，依題意可以列出下列哪個一元一次不等式？</p> <p>(A) <math>35x + 45(12 - x) \geq 490</math></p> <p>(B) <math>35x + 45(12 - x) \leq 490</math></p> <p>(C) <math>45x + 35(12 - x) \geq 490</math></p> <p>(D) <math>45x + 35(12 - x) \leq 490</math></p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：71%
	全 體	0.71	0.12	0.12	0.05	0.00	
	高分組	0.95	0.03	0.02	0.00	0.00	鑑別度：0.54
	低分組	0.41	0.24	0.24	0.11	0.00	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定含有未知數的情境題，要求學生列出不等式，評量學生是否掌握一元一次不等式的意義。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 71%，高分組答對率 95%，低分組答對率 41%，鑑別度 0.54。							
2. 71%的學生選擇正確答案 A；12%的學生選擇 B；12%的學生選擇 C；5%的學生選擇 D。							
<b>(三) 選項及學生表現說明</b>							
1. 本題鑑別度為 0.54，正確答案為選項 A，通過率為 71%，顯示超過七成的學生已掌握一元一次不等式的意義。							
2. 有 12%的學生選擇 B (低分組有 24%)，這些學生可能了解購買總金額的列式，但列錯不等式方向，這些學生可能尚未掌握一元一次不等式的意義。							

3. 有 12% 的學生選擇 C (低分組有 24%)，這些學生可能誤將  $x$  當成紅豆牛奶杯數而列錯購買總金額式子，而不等式方向正確，這些學生可能部分掌握一元一次不等式的意義。
4. 有 5% 的學生選擇 D (低分組有 11%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未掌握一元一次不等式的意義。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	A-7-7 一元一次不等式的意義：不等式的意義；具體情境中列出一元一次不等式。	無

## 三、教學建議

### (一) 複習不等式的意義。

不等號有  $>$ 、 $\geq$ 、 $<$ 、 $\leq$ ，以我們的習慣用語與不等號進行搭配。

習慣用語	不等號
大於、超過、高於、...	$>$
不小於、至少、以上(包含)、...	$\geq$
小於、未滿、低於、不足、...	$<$
不大於、不超過、至多、以下(包含)、...	$\leq$

### (二) 以本題為例，進行解題說明。

#### 1. 將應用問題進行列式

購買金額是綠茶多多與紅豆牛奶共 12 杯

綠茶多多買了  $x$  杯，則紅豆牛奶買了  $(12-x)$  杯

所以購買金額合計是  $35 \times x + 45 \times (12-x)$

$$= 35x + 45(12-x)$$

#### 2. 不等式列式

題意「購買金額達 490 元」，表示金額至少 490，

也就是購買金額需大於或等於 490，則購買金額  $\geq 490$

所以  $35x + 45(12-x) \geq 490$

題號	試題代碼		答案				
5	112-M8-A2-05		C				
學習重點	N-8-1 二次方根：二次方根的意義；根式的化簡及四則運算。 備註：可使用乘法公式來化簡的根式，待乘法公式單元再提及。						
知識向度	數與量		認知向度		程序執行		
題目	<p>將算式 <math>\sqrt{18} - \frac{\sqrt{18}}{3} \div \sqrt{\frac{26}{21}} \times \sqrt{\frac{13}{3}}</math> 化為最簡根式？</p> <p>(A) <math>\sqrt{42}</math>  (B) <math>2\sqrt{14}</math>  (C) <math>3\sqrt{2} - \sqrt{7}</math>  (D) <math>3\sqrt{7} - \sqrt{21}</math></p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：60%
	全 體	0.07	0.13	0.60	0.19	0.01	
	高分組	0.01	0.03	0.86	0.09	0.00	鑑別度：0.50
	低分組	0.13	0.24	0.36	0.26	0.01	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定含有根號的算式，要求學生算出答案並化為最簡根式，評量學生是否掌握根式的化簡及四則運算的概念。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 60%，高分組答對率 86%，低分組答對率 36%，鑑別度 0.50。							
2. 60%的學生選擇正確答案 C；7%的學生選擇 A；13%的學生選擇 B；19%的學生選擇 D。							
<b>(三) 選項及學生表現說明</b>							
1. 本題鑑別度為0.50，正確答案為選項C，通過率為60%，顯示六成的學生已掌握根式的化簡及四則運算的概念。							
2. 有7%的學生選擇A (低分組有13%)，這些學生對同類方根方可做加減的概念不清，尚未掌握根式的化簡及四則運算的概念。							

3. 有13%的學生選擇B (低分組有24%)，這些學生對同類方根方可做加減的概念不清，尚未掌握根式的化簡及四則運算的概念。

4. 有19%的學生選擇D (低分組有26%)，這些學生尚未掌握根式的化簡及四則運算的概念。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-7-6 指數的意義：指數為非負整數的次方；<math>a \neq 0</math> 時 <math>a^0 = 1</math>；同底數的大小比較；指數的運算。</p> <p>N-7-7 指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」(<math>a^m \cdot a^n = a^{m+n}</math>、<math>(a^m)^n = a^{mn}</math>、<math>(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n</math>，其中 <math>m, n</math> 為非負整數)；以數字例表示「同底數的除法指數律」(<math>a^m / a^n = a^{m-n}</math>，其中 <math>m \geq n</math> 且 <math>m, n</math> 為非負整數)。</p>	<p>N-8-1 二次方根：二次方根的意義；根式的化簡及四則運算。</p> <p>備註：可使用乘法公式來化簡的根式，待乘法公式單元再提及。</p>	<p>S-9-6 圓的幾何性質：圓心角、圓周角與所對應弧的度數三者之間的關係；圓內接四邊形對角互補；切線段等長。</p> <p>N-10-1 實數：數線，十進制小數的意義，三一律，有理數的十進制小數特徵，無理數之十進制小數的估算 (<math>\sqrt{2}</math> 為無理數的證明)，科學記號數字的運算。</p> <p>備註：定義科學記號數字的有效位數，在運算之後應維持原本的有效位數。</p> <p>N-10-3 指數：非負實數之小數或分數次方的意義，幾何平均數與算幾不等式，複習指數律，實數指數的意義，使用計算機的 <math>x^y</math> 鍵。</p>

			G-10-2 直線方程式：斜率，其絕對值的意義，點斜式，點與直線之平移，平行線、垂直線的方程式。點到直線的距離，平行線的距離、二元一次不等式。
--	--	--	--

### 三、教學建議

#### (一) 複習平方根：

因為  $2 \times 2 = 4$ ，所以 2 是 4 的平方根。

因為  $3 \times 3 = 9$ ，所以 3 是 9 的平方根。

因為  $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ ，所以  $\sqrt{3}$  是 3 的平方根。

#### (二) 平方根的四則運算

##### 1. 用平方來看方根的乘除：

(1) 以  $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$  為例，引導學生理解  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$ 。

$  \begin{aligned}  &(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^2 \\  &= \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\  &= (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \\  &= 2 \times 3 \\  &= 6  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  &(\sqrt{2 \times 3})^2 \\  &= \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{2 \times 3} \\  &= \sqrt{6} \times \sqrt{6} \\  &= 6  \end{aligned}  $
--	---

(2) 以  $\sqrt{2} \div \sqrt{3}$  為例，引導學生理解  $\sqrt{2} \div \sqrt{3} = \sqrt{2 \div 3} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ 。

$  \begin{aligned}  &(\sqrt{2} \div \sqrt{3})^2 \\  &= \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) \\  &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\  &= \frac{2}{3}  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  &(\sqrt{2 \div 3})^2 \\  &= \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} \\  &= \frac{2}{3}  \end{aligned}  $
---	---

2. 用平方來看方根的加減：

(1) 以 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 為例，澄清 $\sqrt{3} - \sqrt{2} \neq \sqrt{3-2}$

$\begin{aligned} &(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ &= 5 - 2\sqrt{6} \end{aligned}$	$\begin{aligned} &(\sqrt{3-2})^2 \\ &= (\sqrt{1})^2 \\ &= 1 \end{aligned}$
--	--

(2) 以多項式同類項加減合併運算的概念說明同類方根方可加減合併運算。

(三) 以本例來說：

$$\begin{aligned} \sqrt{18} - \frac{\sqrt{18}}{3} \div \sqrt{\frac{26}{21}} \times \sqrt{\frac{13}{3}} &= \sqrt{3 \times 3 \times 2} - \frac{1}{3} \times \sqrt{18} \div \sqrt{\frac{26}{21}} \times \sqrt{\frac{13}{3}} \\ &= 3\sqrt{2} - \frac{1}{3} \times \left( \sqrt{18 \div \frac{26}{21} \times \frac{13}{3}} \right) = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3} \times \left( \sqrt{18 \times \frac{21}{26} \times \frac{13}{3}} \right) \\ &= 3\sqrt{2} - \frac{1}{3} \times \sqrt{9 \times 7} = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3} \times 3\sqrt{7} = 3\sqrt{2} - \sqrt{7} \end{aligned}$$

題號	試題代碼					答案	
6	112-M8-C2-06					C	
學習重點	A-8-4 因式分解：因式的意義（限制在二次多項式的一次因式）；二次多項式的因式分解意義。						
知識向度	代數與函數		認知向度		程序執行		
題目	<p>已知 <math>(x-2)</math> 與 <math>(2x+3)</math> 均是多項式 <math>ax^2+bx-18</math> 的因式，下列何者<u>不是</u>多項式 <math>ax^2+bx-18</math> 因式分解後的式子？</p> <p>(A) <math>(x-2)(6x+9)</math></p> <p>(B) <math>(3x-6)(2x+3)</math></p> <p>(C) <math>(3x+6)(2x-3)</math></p> <p>(D) <math>3(x-2)(2x+3)</math></p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：51%
	全 體	0.14	0.11	0.51	0.24	0.00	
	高分組	0.04	0.02	0.84	0.09	0.00	鑑別度：0.59
	低分組	0.22	0.21	0.25	0.31	0.00	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定二次多項式的兩個一次因式，要求學生對此二次多項式因式分解，評量學生是否理解因式分解的意義。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 51%，高分組答對率 84%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.59。							
2. 51%的學生選擇正確答案 C；14%的學生選擇 A；11%的學生選擇 B；24%的學生選擇 D。							
<b>(三) 選項及學生表現說明</b>							
1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 C，通過率為 51%，顯示超過五成的學生已理解因式分解的意義。							
2. 有 14%的學生選擇 A (低分組有 22%)，也有 11%的學生選擇 B (低分組有 21%)，這些學生可能誤解題意，以為要選正確因式分解的選項。							

3. 有 24% 的學生選擇 D (低分組有 31%)，這些學生可能以為因式分解不可以提出常數在括號外，也可能誤以為要選正確因式分解的選項。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p><b>A-8-3</b></p> <p>多項式的四則運算：直式、橫式的多項式加法與減法；直式的多項式乘法（乘積最高至三次）；被除式為二次之多項式的除法運算。</p> <p>備註：不涉及使用分離係數法。</p>	<p><b>A-8-4</b></p> <p>因式分解：因式的意義（限制在二次多項式的一次因式）；二次多項式的因式分解意義。</p>	<p><b>A-8-5</b></p> <p>因式分解的方法：提公因式法；利用乘法公式與十字交乘法因式分解。</p> <p>備註：只處理整係數 <math>ax^2 + bx + c</math> 的因式分解或與乘法公式直接相關者，不處理一般二元齊次或二元非齊次式但有一次介入者。</p>

## 三、教學建議

(一) 先複習整數的因數、倍數關係。

例如： $12 = 4 \times 3$ ，表示 12 是 3 的倍數，也是 4 的倍數；反過來說 3 和 4 都是 12 的因數。

(二) 再類推到多項式的因式、倍式關係。

例如： $(4x^2 + 6x + 2) = (2x + 2)(2x + 1)$ ，其中  $(2x + 2)$  可以提出常數 2 變為  $2(x + 1)$ ，因此  $(4x^2 + 6x + 2)$  可表示為  $2(x + 1)(2x + 1)$ ，因此  $2$ 、 $(x + 1)$ 、 $(2x + 1)$  都是  $(4x^2 + 6x + 2)$  的因式，反過來說  $(4x^2 + 6x + 2)$  是  $2$ 、 $(x + 1)$ 、 $(2x + 1)$  的倍式。

(三) 因式和因式的乘積也可能成為因式：

上述  $2$ 、 $(x + 1)$ 、 $(2x + 1)$  是不同的因式，我們也可以利用  $2 \times (x + 1)$ 、 $2 \times (2x + 1)$ 、 $(x + 1) \times (2x + 1)$  組合出不同的因式。

題號	試題代碼		答案				
7	112-M8-B2-07		C				
學習重點	S-7-5 線對稱的基本圖形：等腰三角形；正方形；菱形；箏形；正多邊形。						
知識向度	空間形狀與坐標幾何	認知向度			程序執行		
題目	<p>設四邊形 <math>ABCD</math> 為一菱形，其對角線的交點為 <math>E</math>。已知 <math>\overline{AE} = 12</math>，<math>\overline{BE} = 8</math>，則菱形 <math>ABCD</math> 的面積是多少？</p> <p>(A)48 (B)96 (C)192 (D)384</p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：50%
	全 體	0.11	0.31	0.50	0.08	0.00	
	高分組	0.04	0.10	0.82	0.04	0.00	鑑別度：0.58
	低分組	0.17	0.47	0.24	0.12	0.00	

## 一、試題分析

### (一) 評量目標

本題給定菱形部分資訊，要求學生計算菱形的面積，評量學生是否掌握菱形面積的解法。

### (二) 數據說明

1. 整體通過率 50%，高分組答對率 82%，低分組答對率 24%，鑑別度 0.58。
2. 50%的學生選擇正確答案 C；11%的學生選擇 A；31%的學生選擇 B；8%的學生選擇 D。

### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項 C，通過率為 50%，顯示五成的學生已掌握菱形面積的解法。
2. 有 11%的學生選擇 A (低分組有 17%)，這些學生可能了解菱形面積的計算，但將  $\overline{AE}$ 、 $\overline{BE}$  當成對角線進行計算面積  $= \frac{12 \times 8}{2} = 48$ ，這些學生可能部分掌握菱形面積的解法。

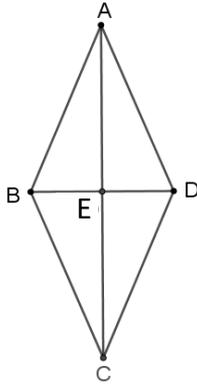
3. 有 31%的學生選擇 B (低分組有 47%)，這些學生可能直接將題目所給的兩個數據相乘計算面積 $=12\times 8=96$ ，這些學生可能尚未掌握菱形面積的解法。
4. 有 8%的學生選擇 D (低分組有 12%)，這些學生可能正確算出兩對角線長分別為 24 及 16，而在計算菱形面積時直接相乘得  $24\times 16=384$ ，這些學生可能尚未掌握菱形面積的解法。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	S-7-5 線對稱的基本圖形：等腰三角形；正方形；菱形；箏形；正多邊形。	S-8-4 全等圖形 S-8-5 三角形的全等性質 S-8-6 畢氏定理 S-8-7 平面圖形的面積 S-8-8 三角形的基本性質 S-8-9 平行四邊形的基本性質 S-8-10 正方形、長方形、箏形的基本性質 S-8-11 梯形的基本性質 S-8-12 尺規作圖與幾何推理

### 三、教學建議

(一) 複習等腰三角形、正方形、菱形、箏形、正多邊形為線對稱圖形的幾何性質。



(二) 以本題為例，進行解題說明。

1.  $ABCD$  為菱形， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  為其對角線，且皆為對稱軸，因此對角線將菱形分成四個大小一樣且都是直角三角形。

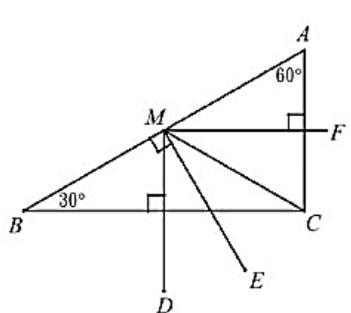
2. 因為  $\triangle ABE$  為直角三角形，故  $\triangle ABE$  面積 =  $\frac{1}{2} \overline{BE} \times \overline{AE}$

因此菱形  $ABCD$  面積 =  $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BE} \times \overline{AE} = 2 \cdot 12 \cdot 8 = 192$ 。

題號	試題代碼	答案
8	112-M8-B1-08	C

學習重點	S-7-3 垂直：垂直的符號；線段的中垂線；點到直線距離的意義。	
------	----------------------------------	--

知識向度	空間形狀與坐標幾何	認知向度	概念理解
------	-----------	------	------

題目	<p>如圖，<math>\triangle ABC</math> 中，<math>\angle A = 60^\circ</math>，<math>\angle B = 30^\circ</math>。          設 <math>M</math> 為 <math>\overline{AB}</math> 的中點，且 <math>\overline{MD} \perp \overline{BC}</math>、<math>\overline{ME} \perp \overline{AB}</math>、<math>\overline{MF} \perp \overline{AC}</math>。</p>  <p>請問下列選項何者是 <math>\overline{AB}</math> 的中垂線？</p> <p>(A) <math>\overline{MC}</math>          (B) <math>\overline{MD}</math>          (C) <math>\overline{ME}</math>          (D) <math>\overline{MF}</math></p>					
----	--	--	--	--	--	--

選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：76%
	全 體	0.13	0.07	0.76	0.03	0.00	
	高分組	0.02	0.01	0.97	0.00	0.00	鑑別度：0.48
	低分組	0.26	0.17	0.49	0.08	0.00	

<p><b>一、試題分析</b></p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定直角三角形及斜邊中點，要求學生選出斜邊的中垂線，評量學生是否理解中垂線的意義。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 76%，高分組答對率 97%，低分組答對率 49%，鑑別度 0.48。</p> <p>2. 76%的學生選擇正確答案 C；13%的學生選擇 A；7%的學生選擇 B；3%的學生選擇 D。</p>
--

### (三) 選項及學生表現說明

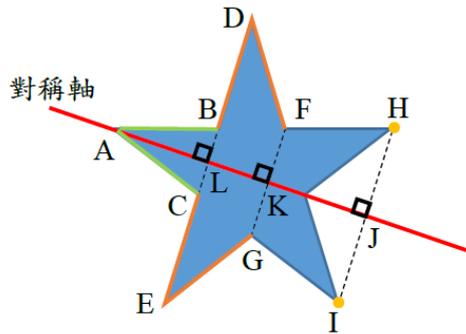
1. 本題鑑別度為0.48，正確答案為選項C，通過率為76%，顯示近八成的學生已掌握判斷線段的中垂線的概念。
2. 有13%的學生選擇A (低分組有26%)，這些學生尚未掌握判斷線段的中垂線的概念。
3. 有7%的學生選擇B (低分組有17%)，這些學生尚未掌握判斷線段的中垂線的概念。
4. 有3%的學生選擇 D (低分組有8%)，這些學生尚未掌握判斷線段的中垂線的概念。

### 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>S-5-4 線對稱：線對稱的意義。「對稱軸」、「對稱點」、「對稱邊」、「對稱角」。由操作活動知道特殊平面圖形的線對稱性質。利用線對稱做簡單幾何推理。製作或繪製線對稱圖形。</p> <p>備註：從操作活動察覺正三角形、等腰三角形、正方形、長方形、菱形、箏形(箏形指圖形，名詞不出現)、等腰梯形是線對稱圖形(避免告知)。在教學呈現時，線對稱軸應為垂直或平行(操作活動不在此限)。可處理正多邊形。</p>	<p>S-7-3 垂直：垂直的符號；線段的中垂線；點到直線距離的意義。</p>	<p>S-8-1 角：角的種類；兩個角的關係(互餘、互補、對頂角、同位角、內錯角、同側內角)；角平分線的意義。</p> <p>S-8-3 平行：平行的意義與符號；平行線截角性質；兩平行線間的距離處處相等。</p> <p>S-8-4 全等圖形：全等圖形的意義(兩個圖形經過平移、旋轉或翻轉可以完全疊合)；兩個多邊形全等則其對應邊和對應角相等(反之亦然)。</p>

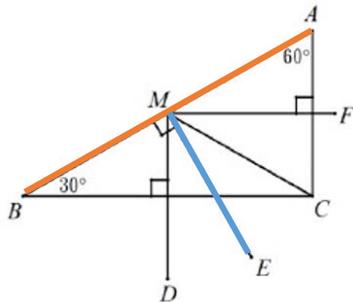
### 三、教學建議

- (一) 複習線對稱圖形以及「對稱軸」、「對稱點」。
- (二) 以對稱軸垂直且平分對稱點的連線說明對稱軸是對稱點連線的垂直平分線，並強調「垂直」與「平分」，以下圖中的對稱圖形為例：



- J 點是  $\overline{HI}$  的中點，對稱軸通過 J 點又垂直  $\overline{HI}$ ，所以對稱軸「垂直」且「平分」 $\overline{HI}$ ，對稱軸是  $\overline{HI}$  的垂直平分線(簡稱中垂線)。
- K 點是  $\overline{FG}$  的中點，對稱軸通過 K 點又垂直  $\overline{FG}$ ，所以對稱軸「垂直」且「平分」 $\overline{FG}$ ，對稱軸是  $\overline{FG}$  的垂直平分線(簡稱中垂線)。
- L 點是  $\overline{BC}$  的中點，對稱軸通過 L 點又垂直  $\overline{BC}$ ，所以對稱軸「垂直」且「平分」 $\overline{BC}$ ，對稱軸是  $\overline{BC}$  的垂直平分線(簡稱中垂線)。

- (三) 以本題為例



- $\overline{AB}$  的中垂線要「垂直」且「平分」 $\overline{AB}$ ，因此要先找  $\overline{AB}$  的中點 M，再找通過 M 點又「垂直」 $\overline{AB}$  的的直線， $\overline{ME}$  即為所求。

題號	試題代碼					答案	
9	112-M8-C1-09					B	
學習重點	A-8-6 一元二次方程式的意義：一元二次方程式及其解，具體情境中列出一元二次方程式。						
知識向度	代數與函數		認知向度		概念理解		
題目	<p>下列哪個一元二次方程式的其中一個解是 <math>x = -5</math> ？</p> <p>(A) <math>x(x - 5) = 0</math></p> <p>(B) <math>(x + 5)(x - 3) = 0</math></p> <p>(C) <math>(x + 5)(x - 5) = -10</math></p> <p>(D) <math>(x + 6)(x + 4) = 1</math></p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：55%
	全 體	0.14	0.55	0.24	0.08	0.00	
	高分組	0.02	0.93	0.04	0.01	0.00	鑑別度：0.72
	低分組	0.26	0.21	0.38	0.14	0.00	

### 一、試題分析

#### (一) 評量目標

本題給定一組解，要求學生選出滿足此解的一元二次方程式，評量學生是否理解一元二次方程式解的意義。

#### (二) 數據說明

1. 整體通過率 55%，高分組答對率 93%，低分組答對率 21%，鑑別度 0.72。
2. 55%的學生選擇正確答案 B；14%的學生選擇 A；24%的學生選擇 C；8%的學生選擇 D。

#### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.72，正確答案為選項 B，通過率為 55%，顯示五成五的學生已具備檢驗一元二次方程式解的能力。
2. 有 14%的學生選擇 A (低分組有 26%)，這些學生可能不理解一元二次方程式解的意義，看到  $x(x-5)=0$ ，誤以為  $x=-5$ 。

3. 有 24% 的學生選擇 C (低分組有 38%)，這些學生忽略一元二次方程式等號的右邊不為 0，以為將  $x=-5$  代入  $(x+5)(x-3)$  後為 0，代表  $x=-5$  就是解。
4. 有 8% 的學生選擇 D (低分組有 14%)，這些學生將  $x=-5$  代入  $(x+6)(x+4)$  計算錯誤得到  $(-5+6)(-5+4)=1 \times 1=1$ ，誤以為  $x=-5$  就是解。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。	A-8-6 一元二次方程式的意義：一元二次方程式及其解，具體情境中列出一元二次方程式。	無

## 三、教學建議

下面以「求方程式  $(x-3)(x+1)=0$  的解」為例，說明如何幫助學生解題：

### (一) 複習方程式解的意義：

將  $x=a$  代入方程式之後，能讓等號成立，稱  $a$  為方程式的解。

例如：一元一次方程式「 $x-1=0$ 」，以  $x=1$  代入，得到  $1-1=0$ ，

讓方程式成立，所以「1」是方程式「 $x-1=0$ 」的解。

### (二) 複習一元一次方程式求解：

若一元一次方程式  $x+a=0$ ，它的解為  $-a$ ； $x-b=0$  的解為  $b$ 。

### (三) 講解一元二次方程式求解：

1. 利用「0 乘以任何數都等於 0」及「非 0 的兩數，其乘積必仍非 0」，以表格方式幫助學生發現「若  $ab=0$ ，則  $a=0$  或  $b=0$ 」，如下表：

	$a=0$	$a \neq 0$
$b=0$	$ab=0$	$ab=0$
$b \neq 0$	$ab=0$	$ab \neq 0$

必要時，可以分別將  $a \neq 0$  細分成  $a > 0$  和  $a < 0$ 。

同理，也將  $b \neq 0$  細分成  $b > 0$  和  $b < 0$ 。

2. 舉例說明如何求解  $(x-3)(x+1)=0$  。

由上表知： $(x-3)(x+1)=0$  則  $x-3=0$  或  $x+1=0$  。

利用一元一次方程式求解，得  $x=3$  或  $x=-1$  。

最後，幫助學生建立驗算的良好習慣，

再分別將  $x=3$  或  $x=-1$  代入原式，檢查看看。

題號	試題代碼					答案	
10	112-M8-C2-10					A	
學習重點	A-8-3 多項式的四則運算：直式、橫式的多項式加法與減法；直式的多項式乘法（乘積最高至三次）；被除式為二次之多項式的除法運算。 備註：不涉及使用分離係數法。						
知識向度	代數與函數		認知向度		程序執行		
題目	<p>請問 <math>(4x^2 + 1) \div (2x + 1)</math> 的餘式是多少？</p> <p>(A)2 (B)0 (C)-1 (D)<math>1 - 2x</math></p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：41%
	全 體	0.41	0.19	0.14	0.26	0.00	
	高分組	0.69	0.10	0.04	0.16	0.00	鑑別度：0.48
	低分組	0.22	0.23	0.23	0.31	0.01	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定多項式相除的算式，要求學生計算出餘式，評量學生是否掌握多項式除法的運算。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 41%，高分組答對率 69%，低分組答對率 22%，鑑別度 0.48。							
2. 41%的學生選擇正確答案 A；19%的學生選擇 B；14%的學生選擇 C；26%的學生選擇 D。							
<b>(三) 選項及學生表現說明</b>							
1. 本題鑑別度為0.48，正確答案為選項A，通過率為41%，顯示超過四成的學生已掌握多項式除法的運算。							
2. 有19%的學生選擇B (低分組有23%)，這些學生可能認為被除式及除式的常數項都是1，因此整除，所以餘式為0，這些學生可能尚未掌握多項式除法的運算。							

3. 有14%的學生選擇C (低分組有23%)，這些學生可能誤將 $4x^2$ 視為 $4x$ ，算成 $(4x+1) \div (2x+1)$ ，所以餘式為-1，這些學生可能部分掌握多項式除法的運算。

4. 有 26%的學生選擇 D (低分組有 31%)，這些學生可能只算到商式為  $2x$ ，所以餘式為 $-2x+1$ ，這些學生可能部分掌握多項式除法的運算。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	A-8-3 多項式的四則運算：直式、橫式的多項式加法與減法；直式的多項式乘法（乘積最高至三次）；被除式為二次之多項式的除法運算。 備註：不涉及使用分離係數法。	無

## 三、教學建議

(一) 複習多項式的四則運算。

1. 複習多項式的加減運算

以「 $(2x^2+5x^3+7x+1)+(3x^3-7x^2+5x-4)$ 」為例，說明多項式的加減運算。

步驟一：先以降冪方式排列，單項間都以+(加)連接

$$2x^2+5x^3+7x+1=5x^3+2x^2+7x+1$$

$$3x^3-7x^2+5x-4=3x^3+(-7)x^2+5x+(-4)$$

步驟二：採取下列三種方式之一進行運算

(1) 位值表格

	$x^3$	$x^2$	$x$	1
	5	2	7	1
+	3	-7	5	-4
結果	8	-5	12	-3

(2) 直式加法

$$\begin{array}{r} 5x^3 + 2x^2 + 7x + 1 \\ +) 3x^3 + (-7)x^2 + 5x + (-4) \\ \hline 8x^3 + (-5)x^2 + 12x + (-3) \end{array}$$

結果記為  $8x^3-5x^2+12x-3$

(3) 橫式計算

$$\begin{aligned} &(2x^2+5x^3+7x+1)+(3x^3-7x^2+5x-4) \\ &=5x^3+2x^2+7x+1+3x^3+(-7)x^2+5x+(-4) \\ &=5x^3+3x^3+2x^2+(-7)x^2+7x+5x+1+(-4) \\ &=8x^3+(-5)x^2+12x+(-3) \\ &=8x^3-5x^2+12x-3 \end{aligned}$$

2. 複習多項式的乘法運算

以「 $(7x+2x^2+1)\times(5x+4)$ 」為例，說明多項式的乘法運算。

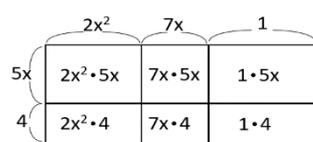
步驟一：先以降冪方式排列，單項間都以+(加)連接

$$7x+2x^2+1=2x^2+7x+1$$

$$5x+4=5x+4$$

步驟二：採取下列三種方式之一進行運算

(1) 長方形面積



(2) 直式乘法

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 7x + 1 \\ x) \quad 5x + 4 \\ \hline 2x^2 \cdot 4 + 7x \cdot 4 + 1 \cdot 4 \leftarrow (2x^2+7x+1) \cdot 4 \\ 2x^2 \cdot 5x + 7x \cdot 5x + 1 \cdot 5x \leftarrow (2x^2+7x+1) \cdot 5x \\ \hline 10x^3 + 43x^2 + 33x + 4 \end{array}$$

(3) 橫式計算 (可由直式乘法觀察改寫成)

$$\begin{aligned} &(7x+2x^2+1)\times(5x+4) \\ &=(2x^2+7x+1)\cdot 5x+(2x^2+7x+1)\cdot 4 \\ &=2x^2\cdot 5x+7x\cdot 5x+1\cdot 5x+2x^2\cdot 4+7x\cdot 4+1\cdot 4 \\ &=10x^3+35x^2+5x+8x^2+28x+4 \\ &=10x^3+43x^2+33x+4 \end{aligned}$$

### 3. 複習多項式的除法運算

以「 $(4x^2+4x+3) \times (2x+1)$ 」為例，說明多項式的除法運算。

因為  $(2x) \cdot (2x) = 4x^2$

直式除法

估計  $4x^2+4x+3$  是  $2x+1$  的  $2x$  倍

利用先乘後減運算得

$$(4x^2+4x+3) - (2x+1) \cdot (2x)$$

$$= (4x^2+4x+3) - (4x^2+2x)$$

$$= 2x+3$$

又  $(2x) \cdot 1 = 2x$

估計  $2x+3$  是  $2x+1$  的  $1$  倍

利用先乘後減運算得

$$(2x+3) - (2x+1) \cdot 1$$

$$= (2x+3) - (2x+1)$$

$$= 2$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{2x+1} \overline{) 4x^2+4x+3} \\
 \underline{-(2x) \cdot (2x)} \\
 \phantom{2x+1} 2x+3 \\
 \underline{-(2x+1) \cdot (2x)} \\
 \phantom{2x+1} 2x+3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{2x+1} \overline{) 4x^2+4x+3} \\
 \underline{-(2x) \cdot 1} \\
 \phantom{2x+1} 2x+3 \\
 \underline{-(2x+1) \cdot 1} \\
 \phantom{2x+1} 2
 \end{array}$$

2 ...當次數小於除式次數時  
· 即為餘式

(二) 以本題為例，進行解題說明。

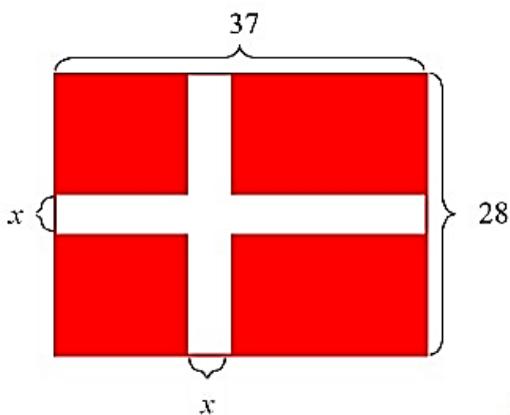
1. 檢查被除式及除式是否有缺項，若有缺項要補 0

被除式  $4x^2+1$  缺一次項，需改寫成  $4x^2+0x+1$

2. 進行直式計算。目標是先從高次進行，因此被除式及除式皆需按降次排列

$$\begin{array}{r}
 \phantom{2x+1} \overline{) 4x^2 + 0x + 1} \\
 \underline{-(2x) \cdot 2x} \\
 \phantom{2x+1} -2x + 1 \\
 \underline{-(2x+1) \cdot 1} \\
 \phantom{2x+1} 2
 \end{array}$$

2 ⇐ 當次數小於除式次數時，即為餘式

題號	試題代碼		答案				
11	112-M8-C2-11		C				
學習重點	A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。						
知識向度	代數與函數		認知向度		程序執行		
題目	<p>小明有一幅丹麥的小國旗，最外圍的長方形長為 37 公分，寬為 28 公分，中間白色十字區域是由兩個寬度為 <math>x</math> 公分的長方形交叉而成。假設白色十字區域的面積為 244 平方公分，請問 <math>x = ?</math></p>  <p>(單位：公分)</p> <p>(A)6 (B)5 (C)4 (D)3</p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：60%
	全 體	0.13	0.14	0.60	0.12	0.01	
	高分組	0.03	0.03	0.90	0.03	0.00	鑑別度：0.59
	低分組	0.22	0.26	0.32	0.19	0.01	
<b>一、試題分析</b> <b>(一) 評量目標</b> 本題給定標示長寬的丹麥國旗及白色十字區域的面積，要求學生算出白色十字區域的寬，評量學生運用一元二次方程式解題的能力。							

## (二) 數據說明

1. 整體通過率 60%，高分組答對率 90%，低分組答對率 32%，鑑別度 0.59。
2. 60%的學生選擇正確答案 C；13%的學生選擇 A；14%的學生選擇 B；12%的學生選擇 D。

## (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 C，通過率為 60%，顯示六成的學生已具備運用一元二次方程式解應用問題的能力。
2. 有 13%的學生選擇 A (低分組有 22%)，這些學生尚未具備運用一元二次方程式解應用問題的能力。
3. 有 14%的學生選擇 B (低分組有 26%)，這些學生尚未具備運用一元二次方程式解應用問題的能力。
4. 有 12%的學生選擇 D (低分組有 19%)，這些學生尚未具備運用一元二次方程式解應用問題的能力。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。	A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。	無

## 三、教學建議

- (一) 複習一元一次方程式的意義：以符號代表數、一元一次式、一元一次方程式。
- (二) 複習一元二次方程式的列式。
- (三) 複習一元二次方程式的解的意義。
- (四) 複習一元二次方程式的解法。
- (五) 以本題為例，說明如何幫助學生解題：

1. 協助學生理解題意並掌握已知、未知條件以並找出關係。

(1) 已知：國旗長 37 公分、國旗寬 28 公分、白色十字面積 244 平方公分。

(2) 未知：白色十字部分寬(x 公分)。

(3) 找關係：利用白色十字面積 244 平方公分列關係式

兩條長方形面積-重疊正方形面積=白色十字面積

$$37x + 28x - x^2 = 244$$

2. 用因式分解法解一元二次方程式

$$37x + 28x - x^2 = 244$$

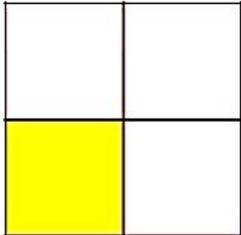
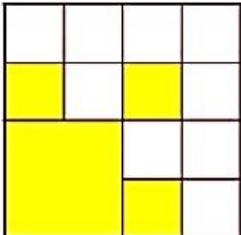
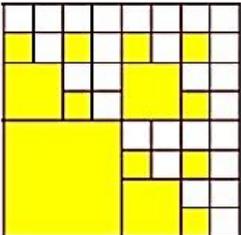
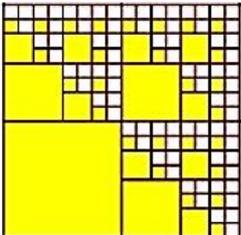
$$65x - x^2 = 244$$

$$0 = x^2 - 65x + 244$$

$$\text{由 } 244 = 4 \times 61 \cdot (-4) + (-61) = -65$$

$$(x-4)(x-61) = 0$$

$x = 4$  或  $61$ (大於 37 公分，不合)

題號	試題代碼		答案				
12	112-M8-A3-12		D				
學習重點	N-8-6 等比數列：等比數列；給定首項、公比計算等比數列的一般項。 備註：不處理「已知等比數列不相鄰某兩項的值（不含首項），反求首項、項數或公比」，例如：給定 $a_5$ 和 $a_9$ 的值，求首項和公比。						
知識向度	數與量	認知向度	解題思考				
題目	<p>如圖，圖 1 到圖 4 是具備某種規律的圖形，且每個圖形內的白色細格都是一樣大的正方形。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>圖1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>圖2</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>圖3</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>圖4</p> </div> </div> <p>已知圖 1 的白色細格面積佔整個大正方形面積的 <math>\frac{3}{4}</math>，            圖 2 的白色細格面積佔整個大正方形面積的 <math>\frac{9}{16}</math>。            依照這個規律，請問圖 5 的白色細格面積會佔整個大正方形面積的多少？</p> <p>(A) <math>\frac{27}{52}</math>            (B) <math>\frac{81}{256}</math>            (C) <math>\frac{243}{512}</math>            (D) <math>\frac{243}{1024}</math></p>						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：56%
	全 體	0.06	0.20	0.17	0.56	0.00	
	高分組	0.01	0.09	0.09	0.81	0.00	鑑別度：0.53
	低分組	0.14	0.32	0.26	0.29	0.00	

## 一、試題分析

### (一) 評量目標

本題給定面積具有等比數列規律的 4 個圖形，要求學生算出第 5 個圖形指定區域的面積，評量學生利用等比數列解題的能力。

### (二) 數據說明

1. 整體通過率 56%，高分組答對率 81%，低分組答對率 29%，鑑別度 0.53。
2. 56%的學生選擇正確答案 D；6%的學生選擇 A；20%的學生選擇 B；17%的學生選擇 C。

### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.53，正確答案為選項D，通過率為56%，顯示近六成的學生已具備利用等比數列解題的能力。
2. 有6%的學生選擇A(低分組有14%)，這些學生可能未察覺等比數列的規律或者不理解等比數列的意義，得到錯誤算式如下：

圖別	1	2	3	4	5
白色佔全部面積的比例	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{16} (= \frac{3+6}{4+12})$	$\frac{15}{28} (= \frac{9+6}{16+12})$	$\frac{21}{40} (= \frac{15+6}{28+12})$	$\frac{27}{52} (= \frac{21+6}{40+12})$

3. 有20%的學生選擇B(低分組有32%)，這些學生可能算到第4個圖形白色部份佔全部面積的比例，得到  $\frac{3}{4} \times (\frac{3}{4})^3 = \frac{81}{256}$ 。

4. 有17%的學生選擇C(低分組有26%)，這些學生可能計算錯誤如下：

$$\text{分子 } (\frac{3}{4})^5 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{243}{512}。$$

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	N-8-4 等差數列：等差數列； 給定首項、公差計算 等數列的一般項。 備註：不處理「已知等	N-8-6 等比數列：等比數列； 給定首項、公比計算 等比數列的一般項。 備註：不處理「已知等	N-10-6 數列、級數與遞迴關係： 有限項遞迴數列， 有限項等比級數， 常用的求和公式，數學

	差數列不相鄰某兩項的值 ( 不含首項 ) · 反求首項、項數或公差」, 例如: 給定 $a_5$ 和 $a_9$ 的值, 求首項和公差。	比數列不相鄰某兩項的值 ( 不含首項 ) · 反求首項、項數或公比」, 例如: 給定 $a_5$ 和 $a_9$ 的值, 求首項和公比。	歸納法。
--	--	--	------

### 三、教學建議

(一) 說明「等比數列」的名稱及其意義。

一數列中, 若任意相鄰兩項的後項除以前項所得的商 ( 比值 ) 都相同, 則稱之為等比數列, 這個商 ( 或比值 ) 稱為公比, 通常用  $r$  表示。例如:

1. 數列 1,3,9,27,81, ...

$$\text{因為 } \frac{3}{1} = \frac{9}{3} = \frac{27}{9} = \frac{81}{27} = 3$$

所以 1,3,9,27,81,...是等比數列, 公比為 3。

2. 數列-2,4,-8,16,-32,...

$$\text{因為 } \frac{4}{-2} = \frac{-8}{4} = \frac{16}{-8} = \frac{-32}{16} = -2$$

所以-2,4,-8,16,-32,...是等比數列, 公比為-2。

3. 數列  $3, 3\sqrt{2}, 6, 6\sqrt{2}, 12, \dots$

$$\text{因為 } \frac{3\sqrt{2}}{3} = \frac{6}{3\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{6} = \frac{12}{6\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

所以  $3, 3\sqrt{2}, 6, 6\sqrt{2}, 12, \dots$ 是等比數列, 公比為 $\sqrt{2}$ 。

(二) 底下以「3,9,27,81,243,729 是否是等比數列?」為例

$$\text{因為 } \frac{9}{3} = \frac{27}{9} = \frac{81}{27} = \frac{243}{81} = \frac{729}{243} = 3$$

所以 3, 9, 27, 81, 243, 729 是等比數列, 公比為 3。

題號	試題代碼		答案																							
13	112-M8-D1-13		B																							
學習重點	D-7-2 統計數據：用平均數、中位數與眾數描述一組資料的特性；使用計算機的「M+」或「Σ」鍵計算平均數。																									
知識向度	資料與不確定性		認知向度		概念理解																					
題目	<p>四個班舉行踢毽子比賽，每班選出 21 人測得踢毽子的統計結果如下表。</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>班級</th> <th>人數</th> <th>中位數 (次)</th> <th>平均數 (次)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>甲</td> <td>21</td> <td>95</td> <td>95</td> </tr> <tr> <td>乙</td> <td>21</td> <td>102</td> <td>94</td> </tr> <tr> <td>丙</td> <td>21</td> <td>89</td> <td>106</td> </tr> <tr> <td>丁</td> <td>21</td> <td>93</td> <td>105</td> </tr> </tbody> </table> <p>已知踢毽子次數 <math>\geq 100</math> 次為優等，下列哪個班的優等人數最多？</p> <p>(A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁</p>						班級	人數	中位數 (次)	平均數 (次)	甲	21	95	95	乙	21	102	94	丙	21	89	106	丁	21	93	105
班級	人數	中位數 (次)	平均數 (次)																							
甲	21	95	95																							
乙	21	102	94																							
丙	21	89	106																							
丁	21	93	105																							
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：42%																			
	全 體	0.07	0.42	0.32	0.19	0.00																				
	高分組	0.01	0.66	0.21	0.11	0.00	鑑別度：0.43																			
	低分組	0.14	0.23	0.38	0.24	0.00																				
<b>一、試題分析</b> <b>(一) 評量目標</b> 本題給定相同人數下的四組中位數及平均數，要求學生指出特定區間人數最多的組別，評量學生是否理解中位數的概念。 <b>(二) 數據說明</b> 1. 整體通過率 42%，高分組答對率 66%，低分組答對率 23%，鑑別度 0.43。																										

2. 42%的學生選擇正確答案 B；7%的學生選擇 A；32%的學生選擇 C；19%的學生選擇 D。

### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.43，正確答案為選項B，通過率為42%，顯示超過四成的學生已具備中位數的概念。
2. 有7%的學生選擇A(低分組有14%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未具備中位數的概念。
3. 有32%的學生選擇C(低分組有38%)，這些學生可能直接從題目中數據最高的106認為是答案，這些學生可能尚未具備中位數的概念。
4. 有19%的學生選擇D(低分組有24%)，這些學生可能將每個班級的兩項數據加總後的判斷，甲=95+95=190、乙=102+94=196、丙=89+106=195、丁=93+105=198，這些學生可能尚未具備中位數的概念。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	D-6-1 圓形圖：報讀、說明與製作生活中的圓形圖。包含以百分率分配之圓形圖	D-7-2 統計數據：用平均數、中位數與眾數描述一組資料的特性；使用計算機的「M+」或「Σ」鍵計算平均數。	D-8-1 統計資料處理：累積次數、相對次數、累積相對次數折線圖。

## 三、教學建議

(一) 複習眾數、平均數及中位數三種描述資料集中趨勢代表量的概念。

### 1. 眾數

餐廳當天賣出的便當數量如下表

種類	雞排飯	排骨飯	牛肉飯	滷肉飯	素食便當
數量(人)	17	32	25	20	13

賣出的便當數量中，最有銷量的是哪一種？

「最有銷量」，就是在討論賣最多數量的種類，就是討論眾數。

## 2. 平均數

甲、乙兩班學生體重分布如下。

甲班的學生體重分布情形：

座號	1	2	3	4	5	6	7
體重	50	73	82	75	85	67	70

乙班的學生體重分布情形：

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
體重	47	66	59	58	66	54	58	78	54

哪一班的體重比較重？

兩班學生人數不同，如果單純的將各班體重合計，肯定有爭議。  
但若將各班體重和再除以人數，得到的平均重量就可以比較了。

$$\text{甲班平均體重} = \frac{50 + 73 + 82 + 75 + 85 + 67 + 70}{7} \approx 71.7 \text{ 公斤}$$

$$\text{乙班平均體重} = \frac{47 + 66 + 59 + 58 + 66 + 54 + 58 + 78 + 54}{9} = 60 \text{ 公斤}$$

## 3. 中位數

兩間餐廳員工每月份的薪資分配如下：

丙餐廳員工月薪：30,000 元、35,000 元、38,000 元、42,000 元、45,000 元。

丁餐廳員工月薪：28,000 元、32,000 元、33,000 元、35,000 元、62,000 元。

哪一間餐廳員工的月薪比較高？

$$\text{若用平均薪資來看，丙餐廳員工平均薪資} = \frac{30 + 35 + 38 + 42 + 45}{5} = 3.8 \text{ 萬}$$

$$\text{丁餐廳員工平均薪資} = \frac{28 + 32 + 33 + 35 + 62}{5} = 3.8 \text{ 萬 一樣}$$

但會發現丁餐廳有位員工的月薪高很多，平均數似乎被極端的月薪干擾了。

改用中位數判斷。將一組數值資料由小到大排列，最中間的數值即為中位數。

兩餐廳員工都是 5 位，月薪的中位數會是由小到大排列的第 3 位數

所以丙餐廳員工月薪中位數是 38,000 元，丁餐廳員工月薪中位數 33,000 元，

丙餐廳員工的月薪比較高。

中位數的概念：將一組數值資料由小到大排列，最中間的數值即為中位數。

因此有一半的數值資料大於或等於中位數；有一半的數值資料小於或等於中位數。

(二) 以本題為例，進行解題說明。

四個班的人數都是 21 人，中位數是排序後由小到大的第 11 位。

甲班中位數是 95 次，表示至少有 11 位踢毽子次數達 95 次或超過 95 次。

乙班中位數是 102 次，表示至少有 11 位踢毽子次數達 102 次或超過 102 次。

丙班中位數是 89 次，表示至少有 11 位踢毽子次數達 89 次或超過 89 次。

丁班中位數是 93 次，表示至少有 11 位踢毽子次數達 93 次或超過 93 次。

而踢毽子次數  $\geq 100$  次為優等，所以乙班優等人數最多。

題號	試題代碼		答案				
14	112-M8-A2-14		D				
學習重點	N-8-4 等差數列：等差數列；給定首項、公差計算等差數列的一般項。 備註：不處理「已知等差數列不相鄰某兩項的值（不含首項），反求首項、項數或公差」，例如：給定 $a_5$ 和 $a_9$ 的值，求首項和公差。						
知識向度	數與量	認知向度	程序執行				
題目	有一等差數列為 99, 93, 87, 81, …，請問此數列的第幾項開始會出現負數？ (A)15 (B)16 (C)17 (D)18						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：49%
	全 體	0.09	0.11	0.31	0.49	0.00	
	高分組	0.02	0.05	0.21	0.72	0.00	鑑別度：0.44
	低分組	0.17	0.19	0.34	0.29	0.01	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定等差數列的前四項，要求學生算出從第幾項開始為負數，評量學生應用第 $n$ 項公式解題的能力。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 49%，高分組答對率 72%，低分組答對率 29%，鑑別度 0.44。							
2. 49%的學生選擇正確答案 D；9%的學生選擇 A；11%的學生選擇 B；31%的學生選擇 C。							
<b>(三) 選項及學生表現說明</b>							
1. 本題鑑別度為0.44，正確答案為選項D，通過率為49%，顯示近五成的學生已掌握給定首項、公差計算等差數列的一般項的能力。							
2. 有9%的學生選擇A(低分組有17%)，這些學生尚未掌握給定首項、公差計算等差數列的一般項的能力。							

3. 有11%的學生選擇B (低分組有19%)，這些學生尚未掌握給定首項、公差計算等差數列的一般項的能力。

4. 有31%的學生選擇C (低分組有34%)，這些學生尚未掌握給定首項、公差計算等差數列的一般項的能力。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>R-6-3</p> <p>數量關係的表示：代數與函數的前置經驗。將具體情境或模式中的數量關係，學習以文字或符號列出數量關係的關係式。</p> <p>備註：數量關係的表示例如：晝長夜長的關係可列成晝長+夜長=24。連結 R-6-2。</p> <p>含部分運用符號的教學，連結國中「符號代表數」或「未知數」教學，其教學重點在「關係的表示」，而非抽象的「代數符號演算」。</p>	<p>N-8-4</p> <p>等差數列：等差數列；給定首項、公差計算等差數列的一般項。</p> <p>備註：不處理「已知等差數列不相鄰某兩項的值（不含首項），反求首項、項數或公差」，例如：給定 <math>a_5</math> 和 <math>a_9</math> 的值，求首項和公差。</p>	<p>N-10-6</p> <p>數列、級數與遞迴關係：有限項遞迴數列，有限項等比級數，常用的求和公式，數學歸納法。</p> <p>備註：遞迴關係以一階為主，連結國中的等差數列和等比數列。數學歸納法應先透過觀察發現規律，然後用以證明；將數學歸納法的範例與應用，融入後續的課程，不必在此過度練習。可連結常用對數而求解 <math>a^x = b</math> 之近似值。</p>

## 三、教學建議

(一) 複習一元一次不等式的解法。

(二) 觀察數列中「後項-前項=定值(公差)」的關係，例如：

樣式一：1，2，3，4，5，.....，n，後一項都是前一項加1。

第幾項	1	2	3	4	5	...	n
數值	1	2	3	4	5	...	n

樣式二：3 · 6 · 9 · 12 · 15 · ..... · 3n · 後一項都是前一項加 3。

第幾項	1	2	3	4	5	...	n
數值	3	6	9	12	15	...	3n

樣式三：5 · 8 · 11 · 14 · 17 · ..... · 3n + 2 · 後一項都是前一項加 3，但樣式三  
的各項比樣式二多 2。

第幾項	1	2	3	4	5	...	n
數值	5	8	11	14	17	...	2+3n

因此推斷出後項=前項+公差，公差=後項-前項。

(三) 以此題為例說明

首項  $a=99$  · 公差  $d=93-99=-6$

設第  $n$  項為負數，則  $a_n=99+(n-1)\times(-6)<0$

$99-6n+6<0$

$-6n<-105$

$n>17\frac{1}{2}$

$n$  最小為 18，所以從第 18 項開始為負數。

題號	試題代碼		答案				
15	112-M8-B3-15		B				
學習重點	G-8-1 直角坐標系上兩點距離公式：直角坐標系上兩點 A(a,b)和 B(c,d)的距離為線段 $\overline{AB} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ ；生活上相關問題。						
知識向度	空間形狀與坐標幾何	認知向度	解題思考				
題目	<p>小齊以合作社為起點，先向東走 20 公尺，再向北走 40 公尺，可以走回教室。如果從合作社先向西走 50 公尺，再向北走 280 公尺，則可以走到活動中心。請問教室和活動中心的直線距離為多少公尺？</p> <p>(A) <math>30\sqrt{65}</math>  (B) 250  (C) 310  (D) 390</p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：44%
	全 體	0.18	0.44	0.23	0.14	0.01	
	高分組	0.12	0.74	0.10	0.04	0.00	鑑別度：0.49
	低分組	0.21	0.25	0.30	0.23	0.01	
<b>一、試題分析</b> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定基準點及兩種移動方式，要求學生算出移動後的兩點距離，評量學生利用兩點距離公式解題的能力。</p> <p>(二) 數據說明</p> <p>1. 整體通過率 44%，高分組答對率 74%，低分組答對率 25%，鑑別度 0.49。</p> <p>2. 44%的學生選擇正確答案 B；18%的學生選擇 A；23%的學生選擇 C；14%的學生選擇 D。</p> <p>(三) 選項及學生表現說明</p> <p>1. 本題鑑別度為0.49，正確答案為選項B，通過率為44%，顯示超過四成的學生已具備利用兩點距離公式解題的能力。</p>							

2. 有18%的學生選擇A (低分組有21%)，這些學生可能未考慮移動的方向性，誤以為教室坐標為(20,40)，活動中心坐標為(50,280)，計算錯誤如下：

$$\text{教室和活動中心的距離} = \sqrt{(50-20)^2 + (280-40)^2} = \sqrt{58500} = \sqrt{900 \times 65} = 30\sqrt{65}$$

3. 有23%的學生選擇C (低分組有30%)，這些學生可能誤以為教室坐標為(20,-40)，活動中心坐標為(50,280)，且無法利用兩點距離公式解題，計算錯誤如下：

$$\text{教室和活動中心的距離} = 50 + 20 - 40 + 280 = 310$$

4. 有14%的學生選擇D (低分組有23%)，這些學生可能誤以為教室坐標為(20,40)，活動中心坐標為(50,280)，且無法利用兩點距離公式解題，計算錯誤如下：

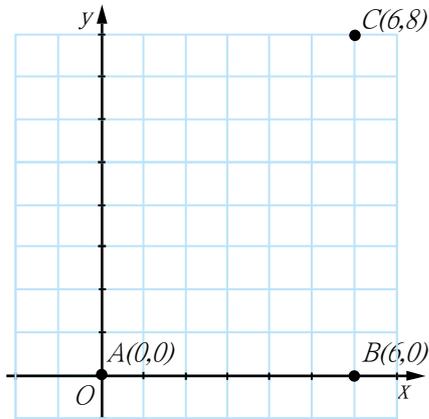
$$\text{教室和活動中心的距離} = 50 + 20 + 40 + 280 = 390$$

## 二、對應學習重點

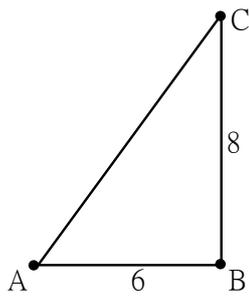
	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。</p> <p>S-8-6 畢氏定理：畢氏定理（勾股弦定理、商高定理）的意義及其數學史；畢氏定理在生活上的應用；三邊長滿足畢氏定理的三角形必定是直角三角形。</p>	<p>G-8-1 直角坐標系上兩點距離公式：直角坐標系上兩點 A(a,b)和 B(c,d)的距離為線段 <math>\overline{AB} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}</math>；生活上相關問題。</p>	無

### 三、教學建議

下面以「已知  $A(0,0)$ 、 $B(6,0)$ 、 $C(6,8)$  三點，求  $\overline{AC} = ?$ 」為例，說明如何幫助學生解題。



- (一) 首先計算出  $\overline{AB} = 6 - 0 = 6$ ，因為  $A$ 、 $B$  兩點都在  $x$  軸上。
- (二) 再計算出  $\overline{BC} = 8 - 0 = 8$ ，因為  $B$ 、 $C$  兩點都平行於  $y$  軸。
- (三) 連接  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點，形成一個直角三角形，如下圖：



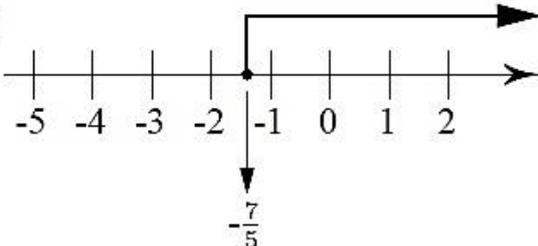
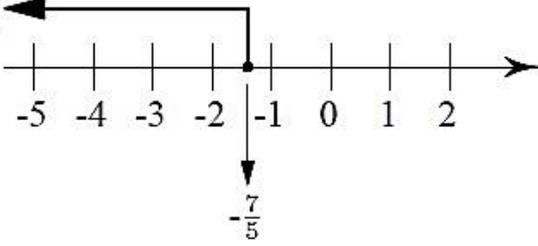
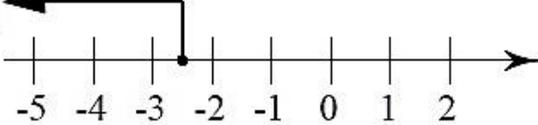
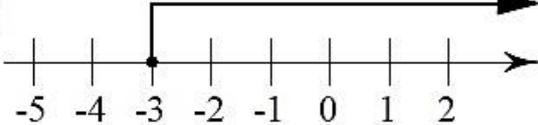
- (四) 利用畢氏定理： $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ ，

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

- (五) 如果學生記得兩點距離公式，也可以直接將  $A$ 、 $C$  兩點坐標代入公式「 $\overline{AC} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ 」解題，

當  $A(0,0)$  時， $a=0$ 、 $b=0$ ； $C(6,8)$  時， $c=6$ 、 $d=8$ 。

$$\overline{AC} = \sqrt{(0-6)^2 + (0-8)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} = 10$$

題號	試題代碼		答案				
16	112-M8-C2-16		A				
學習重點	A-7-8 一元一次不等式的解與應用：單一的一元一次不等式的解；在數線上標示解的範圍；應用問題。						
知識向度	代數與函數		認知向度		程序執行		
題目	<p>解一元一次不等式 <math>7 - (x - 4) \leq 4x + 18</math>， 下列何者為 <math>x</math> 的範圍在數線上的圖解？</p> <p>(A) </p> <p>(B) </p> <p>(C) </p> <p>(D) </p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：46%
	全 體	0.46	0.27	0.14	0.13	0.00	
	高分組	0.78	0.15	0.03	0.04	0.00	鑑別度：0.57
	低分組	0.21	0.35	0.23	0.19	0.01	
<p>一、試題分析</p> <p>(一) 評量目標</p> <p>本題給定一元一次不等式，要求學生選出不等式在數線上的圖解，評量學生是否具</p>							

備在數線上標示不等式解的範圍的能力。

## (二) 數據說明

1. 整體通過率 46%，高分組答對率 78%，低分組答對率 21%，鑑別度 0.57。

2. 46%的學生選擇正確答案 A；27%的學生選擇 B；14%的學生選擇 C；13%的學生選擇 D。

## (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項 A，通過率為 46%，顯示近五成的學生已具備在數線上標示不等式解的範圍的能力。

2. 有 27%的學生選擇 B (低分組有 35%)，這些學生可能在等量公理的運算上沒問題，但不熟悉不等式上對於乘除負數的改變不等方向，這些學生可能部分具備在數線上標示不等式解的範圍的能力。

3. 有 14%的學生選擇 C (低分組有 23%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未具備在數線上標示不等式解的範圍的能力。

4. 有 13%的學生選擇 D (低分組有 19%)，這些學生可能在一次式的去括號出現錯誤，而正確在不等式上對於乘除負數的改變不等方向，這些學生可能部分具備在數線上標示不等式解的範圍的能力。

$$7-x-4 \leq 4x+18 \rightarrow 3-x \leq 4x+18 \rightarrow -5x \leq 15 \rightarrow x \geq -3。$$

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	A-7-8 一元一次不等式的解與應用：單一的一元一次不等式的解；在數線上標示解的範圍；應用問題。	無

## 三、教學建議

(一) 複習一元一次不等式的解及在數線上標示解的範圍。

1. 複習一元一次不等式的解

(1) 一元一次不等式的等量加法

以「 $6 > 4 \rightarrow 6 + x > 4 + x$ 」為例，說明不等式的兩邊同時加上一個未知數，不等號左右兩邊的大小關係不會改變，不等號不會變號。

關係式	圖式
在等臂天秤的兩邊放上 6 顆和 4 顆一樣的積木。 $6 > 4$	
為了讓兩邊一樣重，我們在右邊加上 2 顆積木。 $6 = 4 + 2$	
在天秤的兩邊同時加上 1 顆重量為 $x$ 的積木， 天秤兩邊還是會維持會平衡。 $6 + x = (4 + 2) + x$	
最後，我們將右邊增加的 2 顆積木拿掉，得到 $6 + x > 4 + x$	

### (2) 一元一次不等式的等量減法

以「 $6 > 4 \rightarrow 6 - x > 4 - x$ 」為例，說明不等式的兩邊同時減去一個未知數，不等號左右兩邊的大小關係不會改變，不等號不會變號。

關係式	圖式
已知	$6 > 4$
在式子的右邊加 2，讓左右兩邊相等。	$6 = 4 + 2$
在左右兩邊同時減 $x$ 。	$6 - x = (4 + 2) - x$
最後，將右邊增加的 2 減掉。	$6 - x > 4 - x$

### (3) 一元一次不等式的等量乘法、除法

當乘以或除以正數時，想法與上述加減法一樣，需要特別注意的是乘以或除以負數時。

① 當  $a > b$  時， $a$  的相反數  $< b$  的相反數，則  $-a < -b$

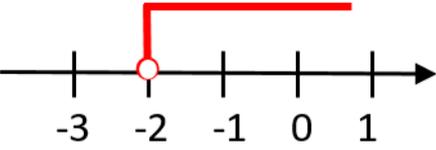
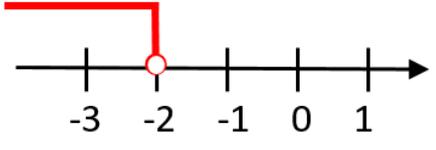
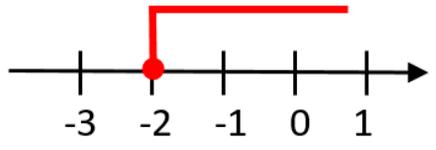
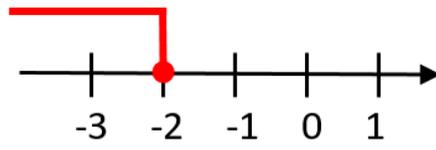
也就是  $a > b$  時，將  $a$ 、 $b$  時乘以  $(-1)$ ，得到  $a$ 、 $b$  的相反數  $-a$ 、 $-b$ ，得到  $-a < -b$ 。

② 以「解一元一次不等式  $-5x > 10$ 」為例

$$\text{乘以 } \left(-\frac{1}{5}\right) \Rightarrow (-5x) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) < 10 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \Rightarrow x < -2。$$

2. 複習一元一次不等式在數線上標示解的範圍。

將不等式在數線上標示，有以下 4 種圖示：

<p><math>x &gt; -2</math> 代表「<math>x</math> 比-2 大」，因為 <math>x &gt; -2</math> 不包含-2，所以數線上-2 的點要標示<b>空心</b>，再將數線上-2 的點往上拉一條線往<b>右邊</b>畫。</p>	 <p>A number line with tick marks at -3, -2, -1, 0, and 1. A red open circle is drawn at -2. A red horizontal line extends to the right from the open circle, starting at -2 and ending at 1.</p>
<p><math>x &lt; -2</math> 代表「<math>x</math> 比-2 小」，因為 <math>x &lt; -2</math> 不包含-2，所以數線上-2 的點要標示<b>空心</b>，再將數線上-2 的點往上拉一條線往<b>左邊</b>畫。</p>	 <p>A number line with tick marks at -3, -2, -1, 0, and 1. A red open circle is drawn at -2. A red horizontal line extends to the left from the open circle, starting at -2 and ending at -3.</p>
<p><math>x \geq -2</math> 代表「<math>x</math> 等於-2」或「<math>x</math> 比-2 大」，因為 <math>x \geq -2</math> 包含-2，所以數線上-2 的點要標示<b>實心</b>，再將數線上-2 的點往上拉一條線往<b>右邊</b>畫。</p>	 <p>A number line with tick marks at -3, -2, -1, 0, and 1. A red solid dot is drawn at -2. A red horizontal line extends to the right from the solid dot, starting at -2 and ending at 1.</p>
<p><math>x \leq -2</math> 代表「<math>x</math> 等於-2」或「<math>x</math> 比-2 小」，因為 <math>x \leq -2</math> 包含-2，所以數線上-2 的點要標示<b>實心</b>，再將數線上-2 的點往上拉一條線往<b>左邊</b>畫。</p>	 <p>A number line with tick marks at -3, -2, -1, 0, and 1. A red solid dot is drawn at -2. A red horizontal line extends to the left from the solid dot, starting at -2 and ending at -3.</p>

(二) 以本題為例，進行解題說明。

$$7 - (x - 4) \leq 4x + 18$$

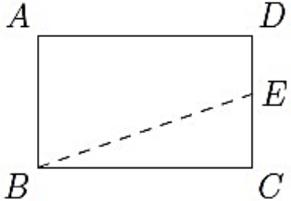
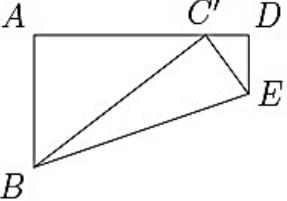
$$7 - x + 4 \leq 4x + 18$$

$$11 - x \leq 4x + 18 \quad \text{利用等量公理，兩側同時減 } 4x \text{，同時減 } 11$$

$$-x - 4x \leq 18 - 11$$

$$-5x \leq 7 \quad \text{兩側同時乘以 } -\frac{1}{5} \text{，不等方向改變}$$

$$x \geq -\frac{7}{5}$$

題號	試題代碼	答案																								
17	112-M8-B3-17	D																								
學習重點	S-8-6 畢氏定理：畢氏定理（勾股弦定理、商高定理）的意義及其數學史；畢氏定理在生活上的應用；三邊長滿足畢氏定理的三角形必定是直角三角形。																									
知識向度	空間形狀與坐標幾何	認知向度 解題思考																								
題目	<p>圖（一）的長方形 <math>ABCD</math> 中，<math>\overline{AB} = 3</math>、<math>\overline{BC} = 5</math>，現以 <math>\overline{BE}</math> 為摺痕，將 <math>C</math> 摺至 <math>\overline{AD}</math> 上的 <math>C'</math> 點，如圖（二）所示。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>圖（一）</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>圖（二）</p> </div> </div> <p>請問 <math>\overline{CE} = ?</math></p> <p>(A) 1  (B) <math>\frac{3}{2}</math>  (C) <math>\frac{4}{3}</math>  (D) <math>\frac{5}{3}</math></p>																									
選答率	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>選 項</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D*</th> <th>其他</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>全 體</td> <td>0.12</td> <td>0.34</td> <td>0.23</td> <td>0.30</td> <td>0.01</td> </tr> <tr> <td>高分組</td> <td>0.05</td> <td>0.25</td> <td>0.20</td> <td>0.49</td> <td>0.01</td> </tr> <tr> <td>低分組</td> <td>0.20</td> <td>0.36</td> <td>0.24</td> <td>0.19</td> <td>0.01</td> </tr> </tbody> </table>	選 項	A	B	C	D*	其他	全 體	0.12	0.34	0.23	0.30	0.01	高分組	0.05	0.25	0.20	0.49	0.01	低分組	0.20	0.36	0.24	0.19	0.01	<p>通過率：30%</p> <p>鑑別度：0.30</p>
選 項	A	B	C	D*	其他																					
全 體	0.12	0.34	0.23	0.30	0.01																					
高分組	0.05	0.25	0.20	0.49	0.01																					
低分組	0.20	0.36	0.24	0.19	0.01																					
<p><b>一、試題分析</b></p> <p><b>（一）評量目標</b></p> <p>本題給定一個長方形的長和寬以及其摺疊一個角後的圖形，要求學生算出指定線段的長，評量學生應用畢氏定理解題的能力。</p>																										

## (二) 數據說明

1. 整體通過率 30%，高分組答對率 49%，低分組答對率 19%，鑑別度 0.30。
2. 30%的學生選擇正確答案 D；12%的學生選擇 A；34%的學生選擇 B；23%的學生選擇 C。

## (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.30，正確答案為選項 D，通過率為 30%，顯示三成的學生已能掌握畢氏定理解決應用問題。
2. 有 12%的學生選擇 A (低分組有 20%)，這些學生尚未能掌握畢氏定理解決應用問題。
3. 有 34%的學生選擇 B (低分組有 36%)，這些學生尚未能掌握畢氏定理解決應用問題。
4. 有 23%的學生選擇 C (低分組有 24%)，這些學生尚未能掌握畢氏定理解決應用問題。

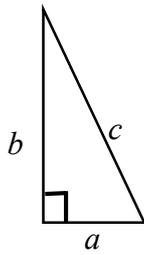
## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	S-5-1 三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為 180 度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。 備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為 360 度，三角形不可能有兩鈍角。 S-5-2	S-8-6 畢氏定理：畢氏定理 (勾股弦定理、商高定理) 的意義及其數學史；畢氏定理在生活中的應用；三邊長滿足畢氏定理的三角形必定是直角三角形。	S-9-5 圓弧長與扇形面積：以 $\pi$ 表示圓周率；弦、圓弧、弓形的意義；圓弧長公式；扇形面積公式。 S-9-12 空間中的線與平面：長方體與正四面體的示意圖，利用長方體與正四面體作為特例，介紹線與線的平行、垂直與歪斜關係，

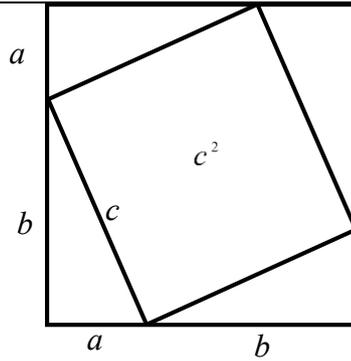
	<p>三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。</p> <p>利用切割重組，建立面積公式，並能應用。</p> <p>備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學 ( N-5-5、N-5-8 )。</p> <p>S-7-1</p> <p>簡單圖形與幾何符號：點、線、線段、射線、角、三角形與其符號的介紹。</p>		<p>線與平面的垂直與平行關係。</p> <p>備註：S-5-6 僅教授「面與面的平行與垂直」，並且以操作活動為主。本條目則新增「空間中的線與線的垂直、平行、歪斜，以及線與面的平行與垂直」，且以理解數學概念為主。</p>	
--	---	--	--	--

### 三、教學建議

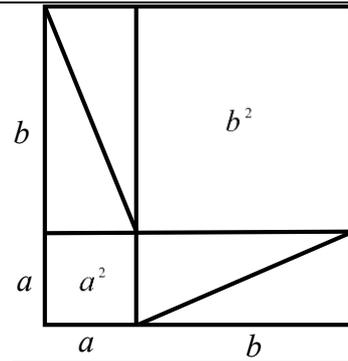
- (一) 複習小學學過的長方形性質：有四個直角、對邊等長、對邊平行，對角線等長。
- (二) 複習三角形的性質，確認學生理解何謂直角三角形、鈍角三角形及銳角三角形。
- (三) 複習畢氏定理。



1. 先複習直角三角形。



2. 將四個相同的直角三角形擺成上圖，觀察圖中有大小兩個正方形，其邊長分別為 $(a+b)$ 和 $c$ 。



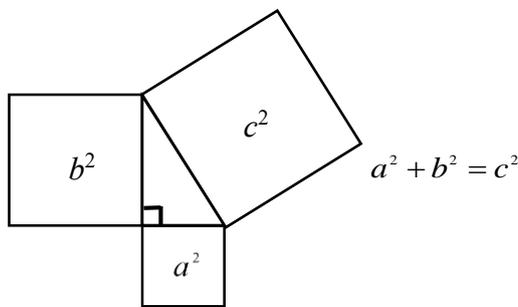
3. 調整直角三角形的位置，並補上 $a^2$ 、 $b^2$ 這兩個小正方形的邊，發現可以拼成另一個邊長亦為 $a+b$ 的正方形。

4. 觀察上述2、3兩個大正方形，由於其邊長皆為 $(a+b)$ ，故面積相等，因此

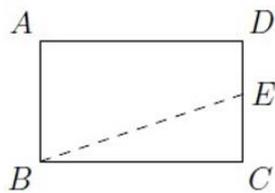
$$a^2 + b^2 + \frac{4 \times a \times b}{2} = c^2 + \frac{4 \times a \times b}{2}, \text{ 可推得 } a^2 + b^2 = c^2.$$

5. 最後歸納一下，並透過右圖說明畢氏定理：

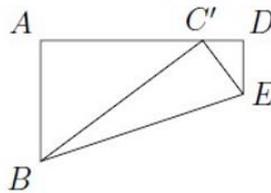
在直角三角形中，兩股平方和等於斜邊的平方。



(四) 以此題為例



圖(一)



圖(二)

由圖(一)圖(二)可知， $\overline{BC} = \overline{BC'} = 5$ ， $\overline{CE} = \overline{C'E}$

從直角 $\triangle ABC'$ 中計算出 $\overline{AC'}$

$$\overline{AC'}^2 = \overline{BC'}^2 - \overline{AB}^2$$

$$\overline{AC'} = \sqrt{\overline{BC'}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

從直角 $\triangle C'DE$ 中計算出 $\overline{CE} = \overline{C'E}$

設 $\overline{CE} = \overline{C'E} = x$ ，則 $\overline{DE} = 3 - x$

$$\overline{C'E}^2 = \overline{C'D}^2 + \overline{DE}^2$$

$$x^2 = (5 - 4)^2 + (3 - x)^2$$

$$x^2 = 1 + 9 - 6x + x^2$$

$$6x = 10$$

$$x = \frac{10}{6}$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$\text{所以 } \overline{CE} = \frac{5}{3}$$

題號	試題代碼		答案				
18	112-M8-C2-18		A				
學習重點	A-8-5 因式分解的方法：提公因式法；利用乘法公式與十字交乘法因式分解。 備註：只處理整係數 $ax^2+bx+c$ 的因式分解或與乘法公式直接相關者，不處理一般二元齊次或二元非齊次式但有一次介入者。						
知識向度	代數與函數	認知向度	程序執行				
題目	<p>已知 <math>(17x - 25)(12x - 5) - (12x - 5)(8x - 13) = (ax - 12)(bx + c)</math>，其中 <math>a</math>、<math>b</math>、<math>c</math> 皆為整數，則 <math>a + b - c = ?</math></p> <p>(A) 26 (B) 24 (C) -12 (D) -13</p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：40%
	全 體	0.40	0.24	0.22	0.13	0.01	
	高分組	0.75	0.11	0.10	0.04	0.01	鑑別度：0.55
	低分組	0.19	0.31	0.29	0.20	0.01	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定含有未知數的二次多項式及其因式分解，要求學生算出未知數的值，評量學生利用提公因式法因式分解的能力。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 40%，高分組答對率 75%，低分組答對率 19%，鑑別度 0.55。							
2. 40%的學生選擇正確答案 A；24%的學生選擇 B；22%的學生選擇 C；13%的學生選擇 D。							
<b>(三) 選項及學生表現說明</b>							
1. 本題鑑別度為0.55，正確答案為選項A，通過率為40%，顯示四成的學生已具備利用提公因式法因式分解的能力。							
2. 有24%的學生選擇B(低分組有31%)，有22%的學生選擇C(低分組有29%)，也有							

有13%的學生選擇D (低分組有20%)，這些學生可能無法利用提公因法因式分解，也可能在因式分解過程中係數計算錯誤。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<b>A-8-4</b> 因式分解：因式的意義（限制在二次多項式的一次因式）；二次多項式的因式分解意義。	<b>A-8-5</b> 因式分解的方法：提公因式法；利用乘法公式與十字交乘法因式分解。 備註：只處理整係數 $ax^2+bx+c$ 的因式分解或與乘法公式直接相關者，不處理一般二元齊次或二元非齊次式但有一次介入者。	<b>A-8-7</b> 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。

## 三、教學建議

- (一) 幫助學生觀察一次單項式  $ax$  與一次多項式  $(x+b)$  乘法對加法分配律展開過程，並化簡成二次多項式  $ax^2 + abx$ 。
- (二) 學生應可理解  $ax^2 + abx = ax \cdot x + ax \cdot b$ ，根據乘法對加法分配律，學生應可得到  $ax \cdot x + ax \cdot b = ax(x+b)$ 。
- (三) 遇到較複雜的公因式，可以提示學生先將公因式代換成另一個變數，例如：因式分解  $x(ax+b) + k(ax+b)$ ，可以幫助學生將  $(ax+b)$  設為  $A$ ，原式改為  $xA+kA$ ，此時學生應可理解提出公因式  $A$  並將原式轉為  $A(x+k)$ ，接著將  $A$  還原成  $ax+b$  得到因式分解後的式子為  $(ax+b)(x+k)$ 。
- (四) 底下以  $x(x+1) - 3(x+1)$  為例，說明如何幫助學生解題：  
 解：先與學生溝通，以  $A$  代表多項式  $x+1$ ，即  $x+1 = A$ 。  
 所以  $x(x+1) - 3(x+1) = x \cdot A - 3 \cdot A = (x-3)A$ ，  
 最後再將  $A = x+1$  代入上式得到  $(x-3)(x+1)$ 。

題號	試題代碼					答案	
19	112-M8-C3-19					D	
學習重點	F-8-1 一次函數：透過對應關係認識函數(不要出現 $f(x)$ 的抽象型式)、常數函數 ( $y=c$ )、一次函數 ( $y=ax+b$ )。						
知識向度	代數與函數		認知向度		解題思考		
題目	<p>一次函數 <math>y = ax + b</math>，當 <math>x = 0</math> 時，<math>y</math> 值為 10；當 <math>x = 2</math> 與 <math>x = 3</math> 時，對應 <math>y</math> 值的比為 3:2。則當 <math>x = 4</math> 時，<math>y</math> 值為何？</p> <p>(A)-2 (B)-1 (C)1 (D)2</p>						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：37%
	全 體	0.19	0.18	0.26	0.37	0.01	
	高分組	0.11	0.09	0.16	0.63	0.01	鑑別度：0.41
	低分組	0.24	0.25	0.30	0.21	0.01	

## 一、試題分析

### (一) 評量目標

本題給定一次函數及部分  $x$  與  $y$  值的關係，要求學生計算特定  $x$  值所對應的  $y$  值，評量學生是否掌握一次函數的概念。

### (二) 數據說明

1. 整體通過率 37%，高分組答對率 63%，低分組答對率 21%，鑑別度 0.41。
2. 37% 的學生選擇正確答案 D；19% 的學生選擇 A；18% 的學生選擇 B；26% 的學生選擇 C。

### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.41，正確答案為選項 D，通過率為 37%，顯示近四成的學生已掌握一次函數的概念。
2. 有 19% 的學生選擇 A (低分組有 24%)，這些學生可能正確算出  $b=10$  及  $a=-2$ ，但將  $a=-2$  視為答案，這些學生可能部分掌握一次函數的概念。

3. 有 18% 的學生選擇 B (低分組有 25%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未掌握一次函數的概念。
4. 有 26% 的學生選擇 C (低分組有 30%)，這些學生可能未考量  $x=0$  時  $y=10$ ，且將 3:2 視為真正的  $y$  值，而列出  $\begin{cases} 3 = 2a + b \\ 2 = 3a + b \end{cases}$  解得  $a=-1$ 、 $b=5$ ，一次函數為  $y=-x+5$ ，再將  $x=4$  代入  $y=-x+5$  得  $y=-4+5=1$ ，這些學生可能部分掌握一次函數的概念。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義：<math>ax + by = c</math> 的圖形；<math>x = c</math> 的圖形（水平線）；<math>y = c</math> 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。</p> <p>G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。</p>	<p>F-8-1 一次函數：透過對應關係認識函數（不要出現 <math>f(x)</math> 的抽象型式）、常數函數（<math>y=c</math>）、一次函數（<math>y=ax+b</math>）。</p>	<p>F-9-1 二次函數的意義：二次函數的意義；具體情境中列出兩量的二次函數關係。</p> <p>F-9-2 二次函數的圖形與極值：二次函數的相關名詞（對稱軸、頂點、最低點、最高點、開口向上、開口向下、最大值、最小值）；描繪 <math>y = ax^2</math>、<math>y = ax^2 + k</math>、<math>y = a(x-h)^2</math>、<math>y = a(x-h)^2 + k</math> 的圖形；對稱軸就是通過頂點（最高點、最低點）的鉛垂線；<math>y = ax^2</math> 的圖形與 <math>y = a(x-h)^2 + k</math> 的圖形的平移關係；已配方好之二次函數的最大值與最小值。</p>

### 三、教學建議

#### (一) 複習一次函數。

複習一次函數關係式  $y=ax+b$ 。

可舉情境例，透過觀察對應關係的規律性，進而表徵為  $y=ax+b$ ，認識一次函數。

例如：下表是攝氏溫度與華氏溫度的對應表。

攝氏溫度(°C)	0	10	20	30	40	50
華氏溫度(°F)	32	50	68	86	104	122

觀察出「攝氏每增加 10 度，華氏增加 18 度」，也就是「攝氏每增加 1 度，華氏增加 1.8 度」，而且當攝氏 0 度時，華氏 32 度。

因此以  $x^{\circ}\text{C}$  代表攝氏溫度、 $y^{\circ}\text{F}$  代表華氏溫度，攝氏溫度與相對應的華氏溫度之關係  $y=1.8x+32$ ，而關係如  $y=1.8x+32$  稱為一次函數。

#### (二) 複習比與比例式。以「 $3:5=12:20$ 」為例。

$$\begin{array}{ccc} \times 4 & \begin{array}{c} \curvearrowright \\ \text{3} \\ \text{:} \\ \text{5} \end{array} & \\ = & \begin{array}{c} \text{12} \\ \text{:} \\ \text{20} \end{array} & \times 4 \end{array}$$

$$\text{即 } \frac{12}{3} = \frac{20}{5} = 4$$

再以「 $3:5=x:12$ 」為例說明比例式的運算。

$$\begin{array}{ccc} x \text{ 是 } 3 \text{ 的 } \frac{x}{3} \text{ 倍數} & \begin{array}{c} \curvearrowright \\ \text{3} \\ \text{:} \\ \text{5} \end{array} & \begin{array}{c} \text{20 是 } 5 \text{ 的 } \frac{20}{5} \text{ 倍數} \\ \curvearrowright \end{array} \\ = & \begin{array}{c} x \\ \text{:} \\ \text{20} \end{array} & \\ \leftarrow \text{相同的倍數} \rightarrow & & \end{array}$$

$$\text{即 } \frac{x}{3} = \frac{20}{5}, \text{ 則 } x \cdot 5 = 20 \cdot 3, x = \frac{60}{5}。$$

#### (三) 以本題為例，進行解題說明。

當  $x=0$  時， $y=10$ ，則  $10=a \times 0+b$  得  $b=10$ ，函數關係式可寫成  $y=ax+10$

$x=2$  時， $y$  值是  $2a+10$

$x=3$  時， $y$  值是  $3a+10$

兩個  $y$  值的比為  $3:2$

$$(2a+10) : (3a+10)$$

則  交叉相乘 .

$$= 3 : 2$$

$$3(3a+10)=2(2a+10)$$

$$9a+30=4a+20$$

$$5a=-10$$

$$a=-2$$

所以  $y=-2x+10$

$$x=4 \text{ 時 } y=(-2) \times 4+10$$

$$=2$$

題號	試題代碼		答案				
20	112-M8-A3-20		D				
學習重點	N-8-2 二次方根的近似值：二次方根的近似值；二次方根的整數部分；十分逼近法。使用計算機 $\sqrt{\quad}$ 鍵。 備註：二次方根的整數部分，可用幾何、十分逼近法、計算機求近似值。						
知識向度	數與量	認知向度	解題思考				
題目	已知 $2 + 3\sqrt{a}$ 的整數部分為 10，其中 $a$ 為正整數。求 $a = ?$ (A)5 (B)6 (C)7 (D)8						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：34%
	全 體	0.26	0.18	0.20	0.34	0.01	
	高分組	0.12	0.10	0.17	0.60	0.01	鑑別度：0.43
	低分組	0.35	0.24	0.24	0.17	0.01	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定一個包含未知數的根式及其數值的整數部分，要求學生算出未知數，評量學生是否具備估計二次方根近似值的能力。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 34%，高分組答對率 60%，低分組答對率 17%，鑑別度 0.43。							
2. 34%的學生選擇正確答案 D；26%的學生選擇 A；18%的學生選擇 B；20%的學生選擇 C。							
<b>(三) 選項及學生表現說明</b>							
1. 本題鑑別度為0.43，正確答案為選項D，通過率為34%，顯示超過三成的學生已具備估計二次方根的近似值的能力。							

2. 有26%的學生選擇A (低分組有35%)，這些學生尚未具備估計二次方根的近似值的能力。
3. 有18%的學生選擇B (低分組有24%)，這些學生尚未具備估計二次方根的近似值的能力。
4. 有20%的學生選擇C (低分組有24%)，這些學生尚未具備估計二次方根的近似值的能力。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>N-7-6 指數的意義：指數為非負整數的次方；<math>a \neq 0</math>時<math>a^0=1</math>；同底數的大小比較；指數的運算。</p> <p>N-7-7 指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」 (<math>a^m \cdot a^n = a^{m+n}</math>、<math>(a^m)^n = a^{mn}</math>、<math>(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n</math>，其中<math>m, n</math>為非負整數)； 以數字例表示「同底數的除法指數律」 (<math>a^m / a^n = a^{m-n}</math>，其中<math>m \geq n</math>且<math>m, n</math>為非負整數)。</p>	<p>N-8-2 二次方根的近似值：二次方根的近似值；二次方根的整數部分；十分逼近法。使用計算機<math>\sqrt{\quad}</math>鍵。</p> <p>備註：二次方根的整數部分，可用幾何、十分逼近法、計算機求近似值。</p>	<p>N-10-1 實數：數線，十進制小數的意義，三一律，有理數的十進制小數特徵，無理數之十進制小數的估算。( <math>\sqrt{2}</math>為無理數的證明 )，科學記號數字的運算。 備註：定義科學記號數字的有效位數，在運算之後應維持原本的有效位數。</p>

### 三、教學建議

(一) 複習平方根與根號數的運算(參見第 5 題)。

(二) 估計根號數的近似值，以 $2\sqrt{3}$ 為例

1. 化簡 $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ 。

2. 哪個數字連乘兩次會等於 12 呢？

$$\square \times \square = \sqrt{12} \times \sqrt{12} = 12$$

由  $3 \times 3 = 9$  太小

$4 \times 4 = 16$  太大

可知 $\sqrt{12}$ 介於 3 和 4 之間

(三) 以本題為例說明

$2 + 3\sqrt{a}$ 的整數部分為 10， $3\sqrt{a}$ 的整數部分為  $10-2=8$ 。

$$3\sqrt{a} = \sqrt{3^2 \times a} = \sqrt{9a} \text{的整數部分為 } 10-2=8$$

$$\sqrt{64} < \sqrt{9a} < \sqrt{81}$$

$$64 < 9a < 81$$

$$7\frac{1}{9} < a < 9$$

符合題意的 $a = 8$ 。

題號	試題代碼		答案				
21	112-M8-C2-21		C				
學習重點	A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。						
知識向度	代數與函數	認知向度	程序執行				
題目	<p>下列何者為一元二次方程式 <math>-x^2 + 4x - 1 = 0</math> 的解？            (一元二次方程式 <math>ax^2 + bx + c = 0</math> 的解為 <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math>)</p> <p>(A) <math>x = -2 + \sqrt{3}</math> 或 <math>x = -2 - \sqrt{3}</math>            (B) <math>x = -2 + \sqrt{5}</math> 或 <math>x = -2 - \sqrt{5}</math>            (C) <math>x = 2 + \sqrt{3}</math> 或 <math>x = 2 - \sqrt{3}</math>            (D) <math>x = 2 + \sqrt{5}</math> 或 <math>x = 2 - \sqrt{5}</math></p>						
選答率	選 項	A	B	C*	D	其他	通過率：43%
	全 體	0.22	0.22	0.43	0.13	0.01	
	高分組	0.15	0.08	0.70	0.06	0.01	鑑別度：0.47
	低分組	0.26	0.32	0.23	0.19	0.01	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定一元二次方程式及其解的公式，要求學生算出解，評量學生套用公式解一元二次方程式的能力。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 43%，高分組答對率 70%，低分組答對率 23%，鑑別度 0.47。							
2. 43%的學生選擇正確答案 C；22%的學生選擇 A；22%的學生選擇 B；13%的學生選擇 D。							
<b>(三) 選項及學生表現說明</b>							
1. 本題鑑別度為0.47，正確答案為選項C，通過率為43%，顯示超過四成的學生已具備套用公式解一元二次方程式的能力。							

2. 有22%的學生選擇A (低分組有26%)，這些學生可能了解  $a=-1, b=4, c=-1$ 。

但將係數代入公式出錯得到  $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-1) \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -2 \pm \sqrt{3}$ 。

3. 有22%的學生選擇B (低分組有32%)，這些學生可能誤以為  $a=1, b=-4, c=-1$ 。

將係數代入公式得到  $x = \frac{-4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = -2 \pm \sqrt{5}$ 。

4. 有13%的學生選擇D (低分組有19%)，這些學生可能誤以為  $a=-1, b=-4, c=1$ 。

將係數代入公式得到  $x = \frac{-4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times (-1) \times 1}}{2 \times (-1)} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{-2} = 2 \pm \sqrt{5}$ 。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	A-8-5 因式分解的方法：提公因式法；利用乘法公式與十字交乘因式分解。 備註：只處理整係數 $ax^2+bx+c$ 的因式分解或與乘法公式直接相關者，不處理一般二元齊次或二元非齊次式但有一次介入者。	A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。	無

## 三、教學建議

(一) 視學生學習的狀況，說明公式解的推導過程。

由一元二次方程式的一般式  $ax^2 + bx + c = 0$ ，推導出公式解：

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \quad (\text{同除以 } a, \text{ 使 } x \text{ 的平方項係數變成 } 1)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \quad (\text{將常數項移至等號右邊})$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad (\text{等號左邊配成完全平方式})$$

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\ x + \frac{b}{2a} &= \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{取平方根}) \\ x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

(二) 說明其中  $b^2 - 4ac$  為判別式，有以下三種可能：

1.  $b^2 - 4ac > 0$ ，方程式  $ax^2 + bx + c = 0$ ， $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，兩相異根。
2.  $b^2 - 4ac = 0$ ，方程式  $ax^2 + bx + c = 0$ ， $x = \frac{-b}{2a}$ ，兩根相等。
3.  $b^2 - 4ac < 0$ ，方程式  $ax^2 + bx + c = 0$ ，因負數沒有平方根，故無解。

(三) 下面以「解  $x^2 + 5x + 2 = 0$ 」為例，說明如何幫助學生解題。

### 1. 複習配方法

例如： $x^2 + 2x + \square = (x + \square)^2 \rightarrow \square = 1^2 = 1$ ， $\square = 1$

$$x^2 + 3x + \square = (x + \square)^2 \rightarrow \square = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$
， $\square = \frac{3}{2}$

### 2. 說明利用配方法解 $x^2 + 5x + 2 = 0$

作法： $x^2 + 5x = -2$ ...先將常數項移到等號右邊

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \dots \text{等號兩邊同時加}\left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$x + \frac{5}{2} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$x = -\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

### 3. 說明如何利用公式解 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 。

先利用相反數將所有減法改記成加法，並將所有省略係「1」也還原，

得  $x^2 - 5x - 2 = 1x^2 + (-5)x + (-2)$ 。

其次，比較標準方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  得  $a = 1$ 、 $b = -5$ 、 $c = -2$ 。

代入公式解得  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$ ，

經過計算，得  $x = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}$ 。

題號	試題代碼		答案				
22	112-M8-A2-22		D				
學習重點	N-8-5 等差級數求和：等差級數求和公式；生活中相關的問題。 備註：不處理「已知級數和反求首項、項數或公差」。						
知識向度	數與量		認知向度		程序執行		
題目	求等差級數 $(-9) + (-6) + (-3) + \cdots + 96 + 99 = ?$ (A)1350 (B)1485 (C)1620 (D)1665						
選答率	選 項	A	B	C	D*	其他	通過率：33%
	全 體	0.16	0.20	0.30	0.33	0.01	
	高分組	0.09	0.09	0.19	0.62	0.01	鑑別度：0.46
	低分組	0.21	0.27	0.35	0.15	0.01	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定等差級數，要求學生算出等差級數的和，評量學生運用等差級數求和公式解題的能力。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 33%，高分組答對率 62%，低分組答對率 15%，鑑別度 0.46。							
2. 33%的學生選擇正確答案 D；16%的學生選擇 A；20%的學生選擇 B；30%的學生選擇 C。							
<b>(三) 選項及學生表現說明</b>							
1. 本題鑑別度為0.46，正確答案為選項D，通過率為33%，顯示超過三成的學生已具備等差級數求和公式的能力。							
2. 有16%的學生選擇A (低分組有21%)，這些學生可能錯誤使用等差數列公式，算成 $99=9+n \times 3$ ，得 $n=30$ ，而合理使用等差級數求和公式 $\frac{[99+(-9)] \times 30}{2}=1350$ 。							

這些學生可能部分具備等差級數求和公式的能力。

3. 有20%的學生選擇B (低分組有27%)，這些學生可能錯誤使用等差數列公式，算

成 $99=9+n\times 3$ ，得 $n=30$ ，又錯誤使用等差級數求和公式 $\frac{99\times 30}{2}=1485$ ，這些學

生可能尚未具備等差級數求和公式的能力。

4. 有30%的學生選擇C (低分組有35%)，這些學生可能錯誤使用等差數列公式，

$99=(-9)+n\times 3$ ，得 $n=36$ ，而合理使用等差級數求和公式 $\frac{[99+(-9)]\times 36}{2}=1620$ ，

這些學生可能部分具備等差級數求和公式的能力。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	無	N-8-5 等差級數求和：等差級數求和公式；生活中相關的問題。	N-10-6 數列、級數與遞迴關係：有限項遞迴數列，有限項等比級數，常用的求和公式，數學歸納法。

## 三、教學建議

(一) 複習等差級數求和公式。

以「求等差級數  $3+6+9+\dots+93+96+99$  的和」為例，再引入等差級數求和公式。

$$3+6+9+\dots+93+96+99$$

發現：三組的和都是  $3+99=102$

慢慢加也可以，但有規律的總是有機會找到更好的方法

因此先多算一次，之後再除以 2 還原

$$\begin{array}{r}
 3 \quad + \quad 6 \quad + \quad 9 \quad + \dots \quad + \quad 93 \quad + \quad 96 \quad + \quad 99 \\
 +) \quad 99 \quad + \quad 96 \quad + \quad 93 \quad + \dots \quad + \quad 9 \quad + \quad 6 \quad + \quad 3 \\
 \hline
 = \quad 102 \quad + 102 \quad + 102 \quad + \dots \quad + 102 \quad + 102 \quad + 102 \\
 = \quad 102 \quad \times 33
 \end{array}$$

所以  $3+6+9+\dots+93+96+99 = \frac{(3+99)\times 33}{2}$   $\leftarrow$  利用等差數列公式： $99=3+(n-1)\times 3$ ， $n=33$

再以一般式列出等差級數求和公式

$$\begin{array}{r} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n \\ + ) \quad a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1 \\ \hline = (a_1 + a_n) \times n \end{array}$$

$$\text{所以 } a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$$

(二) 以本題為例，進行解題說明。

1. 透過等差數列公式求得項數

第 1 項為 -9，第 n 項為 99，公差為  $(-6) - (-9) = 3$

則  $99 = -9 + (n-1) \times 3$ ， $n = 37$

2. 等差級數和的公式求和

$$S_{37} = \frac{[99 + (-9)] \times 37}{2} = 1665$$

題號	試題代碼					答案	
23	112-M8-D2-23					A	
學習重點	D-8-1 統計資料處理：累積次數、相對次數、累積相對次數折線圖。						
知識向度	資料與不確定性		認知向度		程序執行		
題目	<p>下圖為 2021 年 12 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日新冠肺炎累積確診人數圖。</p> <p style="text-align: center;">新冠肺炎累積確診人數</p> <p>設 12 月 30 日的確診人數為 <math>a</math> 人，12 月 26 日的確診人數為 <math>b</math> 人。 則 <math>a - b = ?</math></p> <p>(A) 0 (B) 8 (C) 25 (D) 73</p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：23%
	全 體	0.23	0.09	0.11	0.56	0.01	
	高分組	0.42	0.04	0.06	0.47	0.01	鑑別度：0.31
	低分組	0.11	0.15	0.19	0.54	0.01	

## 一、試題分析

### (一) 評量目標

本題給定一週新冠肺炎累計確診人數折線圖，要求學生算出指定日的確診人數，評量學生解讀累積相對次數折線圖的能力。

### (二) 數據說明

1. 整體通過率 23%，高分組答對率 42%，低分組答對率 11%，鑑別度 0.31。
2. 23%的學生選擇正確答案 A；9%的學生選擇 B；11%的學生選擇 C；56%的學生選擇 D。

### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.31，正確答案為選項A，通過率為23%，顯示超過兩成的學生已掌握累積相對次數折線圖的基本概念。
2. 有9%的學生選擇B (低分組有15%)，這些學生尚未掌握累積相對次數折線圖的基本概念。
3. 有11%的學生選擇C (低分組有19%)，這些學生尚未掌握累積相對次數折線圖的基本概念。
4. 有56%的學生選擇 D (低分組有54%)，這些學生尚未掌握累積相對次數折線圖的基本概念。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	D-7-1 統計圖表：蒐集生活中常見的數據資料，整理並繪製成含有原始資料或百分率的統計圖表：直方圖、長條圖、圓形圖、折線圖、列聯表。遇到複雜數據時可使用計算機輔助，教師可使用電腦應用軟體演示教授。	D-8-1 統計資料處理：累積次數、相對次數、累積相對次數折線圖。	D-9-1 統計數據的分布：全距；四分位距；盒狀圖。 備註：D-7-2 處理單一統計量(平均數、中位數、眾數)表達數據，本條目則傳達以盒狀圖描述數據的集中程度。 D-9-2

	<p>D-7-2</p> <p>統計數據：用平均數、中位數與眾數描述一組資料的特性；使用計算機的「M+」或「Σ」鍵計算平均數。</p>		<p>認識機率：機率的意義；樹狀圖(以兩層為限)。</p> <p>備註：以樹狀圖分析所有的可能性，國中階段以對稱性(節點相同)的樹狀圖為主。</p> <p>D-9-3</p> <p>古典機率：具有對稱性的情境下(銅板、骰子、撲克牌、抽球等)之機率；不具對稱性的物體(圖釘、圓錐、爻杯)之機率探究。</p>
--	---	--	--

### 三、教學建議

(一) 累積的起點與終點：以開車的里程數為例

1. 里程表顯示的數字是車子開到現在累積的里程數，如下圖里程表所示，這輛車子開到現在累積了 998665km。

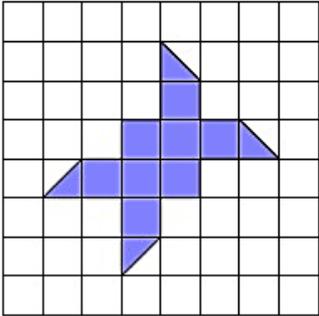


2. 想知道今天開車的里程數，會在出門時，以及回到家時做記錄。如果出門時為里程表顯示 998640km，回到家時里程表顯示 998665km，則今天開車的里程數=回到家時的里程表顯示的數字-出門時里程表顯示的數字=998665-998640=25(km)。
3. 想知道第 2 天開車的里程數，只要記錄第 1 天回家後里程表上顯示的數字和第 2 天回家後里程表上顯示的數字。  
第 2 天開車的里程數=第 2 天回家後里程表上顯示的數字-第 1 天回家後里程表上顯示的數字。

(二) 以本題為例說明

$$\begin{aligned} a &= \text{12月30日累積確診人數} - \text{12月29日累積確診人數} \\ &= 16988 - 16964 = 24。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \text{12月26日累積確診人數} - \text{12月25日累積確診人數} \\ &= 16915 - 16891 = 24。 \end{aligned}$$

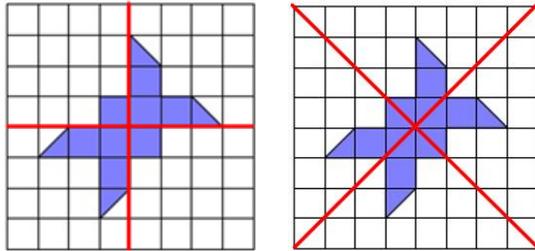
題號	試題代碼		答案				
24	112-M8-B1-24		A				
學習重點	S-7-4 線對稱的性質：對稱線段等長；對稱角相等；對稱點的連線段會被對稱軸垂直平分。						
知識向度	空間形狀與坐標幾何	認知向度	概念理解				
題目	<p>如圖，著色的部份為一個線對稱圖形。</p>  <p>請問著色部分有多少條對稱軸？</p> <p>(A)1 (B)2 (C)3 (D)4</p>						
選答率	選 項	A*	B	C	D	其他	通過率：20%
	全 體	0.20	0.53	0.10	0.16	0.01	
	高分組	0.30	0.59	0.03	0.06	0.01	鑑別度：0.18
	低分組	0.13	0.45	0.17	0.24	0.01	
<b>一、試題分析</b>							
<b>(一) 評量目標</b>							
本題給定線對稱圖形，要求學生判斷對稱軸的數目，評量學生運用線對稱性質解題的能力。							
<b>(二) 數據說明</b>							
1. 整體通過率 20%，高分組答對率 30%，低分組答對率 13%，鑑別度 0.18。							

2. 20%的學生選擇正確答案 A；53%的學生選擇 B；10%的學生選擇 C；16%的學生選擇 D。

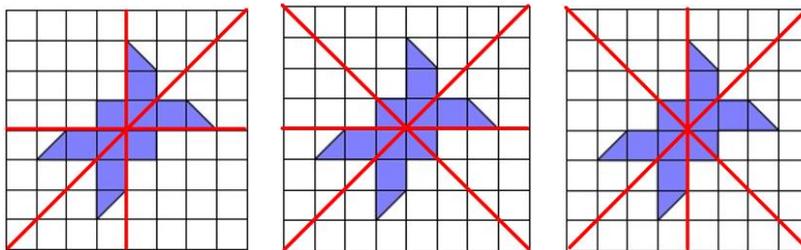
### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為0.18，正確答案為選項A，通過率為20%，顯示兩成的學生已具備運用線對稱性質解題的能力。

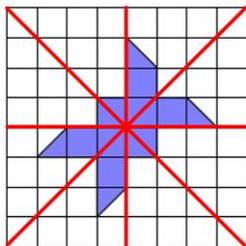
2. 有53%的學生選擇B (低分組有45%)，這些學生可能誤以為對稱軸如下所示：



3. 有10%的學生選擇C (低分組有17%)，這些學生可能誤以為對稱軸如下所示：



4. 有16%的學生選擇D (低分組有24%)，這些學生可能誤以為對稱軸如下所示：



## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>S-5-4            線對稱：線對稱的意義。「對稱軸」、「對稱點」、「對稱邊」、「對稱角」。            由操作活動知道特殊平面圖形的線對稱性質。            利用線對稱做簡單幾何推理。製作或繪製線對</p>	<p>S-7-4            線對稱的性質：對稱線段等長；對稱角相等；對稱點的連線段會被對稱軸垂直平分。</p>	<p>S-8-1            角：角的種類；兩個角的關係(互餘、互補、對頂角、同位角、內錯角、同側內角)；角平分線的意義。            S-8-3            平行：平行的意義與</p>

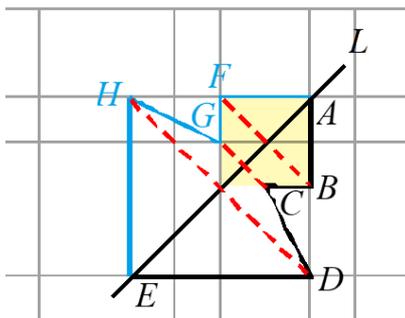
	<p>稱圖形。</p> <p>備註：從操作活動察覺正三角形、等腰三角形、正方形、長方形、菱形、箏形（箏形指圖形，名詞不出現）、等腰梯形是線對稱圖形（避免告知）。在教學呈現時，線對稱軸應為垂直或平行（操作活動不在此限）。可處理正多邊形。</p>		<p>符號；平行線截角性質；兩平行線間的距離處處相等。</p> <p>S-8-4</p> <p>全等圖形：全等圖形的意義（兩個圖形經過平移、旋轉或翻轉可以完全疊合）；兩個多邊形全等則其對應邊和對應角相等（反之亦然）。</p>
--	---	--	--

### 三、教學建議

(一) 透過對摺後重疊，幫助學生認識線對稱圖形的對稱邊相等、對稱角相等，並知道對稱軸兩側圖形全等。

(二) 底下以利用一線對稱圖形，幫助學生建立線對稱圖形的觀念。

如下圖， $L$  是對稱軸



可讓學生看圖形說出：

1.  $B$ 、 $D$  的對稱點分別為  $F$ 、 $H$ ，故  $\angle B = \angle F$ 、 $\angle D = \angle H$ 。
2.  $\overline{AB}$  的對稱邊為  $\overline{AF}$ ， $\overline{CD}$  的對稱邊為  $\overline{GH}$ 。
3. 對稱線段等長如  $\overline{AB} = \overline{AF}$ ， $\overline{CD} = \overline{GH}$ 。
4. 對稱軸  $L$  為  $\overline{BF}$ 、 $\overline{CG}$ 、 $\overline{DH}$  的垂直平分線。
5. 對稱軸  $L$  為  $\angle FAB$ 、 $\angle HED$  的角平分線。

題號	試題代碼					答案	
25	112-M8-C3-25					B	
學習重點	F-8-2 一次函數的圖形：常數函數的圖形；一次函數的圖形。						
知識向度	代數與函數		認知向度		解題思考		
題目	<p>直角坐標平面上，某一次函數 <math>y = ax + b</math> 的圖形通過 <math>(1, c)</math>、<math>(2, d)</math> 兩點，其中 <math>a</math>、<math>b</math> 均為整數，且 <math>c &gt; d &gt; 0</math>。</p> <p>關於 <math>a</math>、<math>b</math>、<math>c</math> 三數的大小關係，下列何者正確？</p> <p>(A) <math>a &gt; b &gt; c</math></p> <p>(B) <math>b &gt; c &gt; a</math></p> <p>(C) <math>c &gt; a &gt; b</math></p> <p>(D) <math>c &gt; b &gt; a</math></p>						
選答率	選 項	A	B*	C	D	其他	通過率：26%
	全 體	0.17	0.26	0.28	0.26	0.02	
	高分組	0.07	0.42	0.18	0.31	0.02	鑑別度：0.24
	低分組	0.25	0.18	0.33	0.22	0.02	

### 一、試題分析

#### (一) 評量目標

本題給定圖形通過含有未知數的相異兩點、一次函數  $y = ax + b$  及部分未知數的關係，要求學生判斷未知數的大小，評量學生繪製一次函數圖形的能力。

#### (二) 數據說明

1. 整體通過率 26%，高分組答對率 42%，低分組答對率 18%，鑑別度 0.24。
2. 26%的學生選擇正確答案 B；17%的學生選擇 A；28%的學生選擇 C；26%的學生選擇 D。

#### (三) 選項及學生表現說明

1. 本題鑑別度為 0.24，正確答案為選項 B，通過率為 26%，顯示近三成的學生已具備繪製一次函數圖形的能力。
2. 有 17%的學生選擇 A (低分組有 25%)，這些學生可能錯誤以為  $a > 0$ ，或者在不等式移項時發生錯誤。

3. 有 28% 的學生選擇 C (低分組有 33%)，這些學生可能錯誤以為  $b < 0$ ，或者在不等式移項時發生錯誤。
4. 有 26% 的學生選擇 D (低分組有 22%)，這些學生可能沒有看出函數圖形通過  $(0, b)$  導致無法判斷  $b$ 、 $c$  的大小，或者在不等式移項時發生錯誤。

## 二、對應學習重點

	先備的知識	本題所需的知識	延伸的知識
學習內容	<p>A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義：<math>ax+by=c</math> 的圖形；<math>y=c</math> 的圖形 ( 水平線 )；<math>x=c</math> 的圖形 ( 鉛垂線 )；二元一次聯立方程式的解只處理相交且只有一個交點的情況。</p> <p>G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語 ( 縱軸、橫軸、象限 )。</p>	<p>F-8-2 一次函數的圖形； 常數函數的圖形； 一次函數的圖形。</p>	<p>F-9-1 二次函數的意義：二次函數的意義；具體情境中列出兩量的二次函數關係。</p> <p>F-9-2 二次函數的圖形與極值：二次函數的相關名詞( 對稱軸、頂點、最低點、最高點、開口向上、開口向下、最大值、最小值 )；描繪 <math>y=ax^2</math>、<math>y=ax^2+k</math>、<math>y=a(x-h)^2</math>、<math>y=a(x-h)^2+k</math> 的圖形；對稱軸就是通過頂點 ( 最高點、最低點 ) 的鉛垂線；<math>y=ax^2</math> 的圖形與 <math>y=a(x-h)^2+k</math> 的圖形的平移關係；已配方好之二次函數的最大值與最小值。</p>

### 三、教學建議

建議教師以下列教學步驟幫助學生解題：

(一) 複習一次函數的圖形表徵。

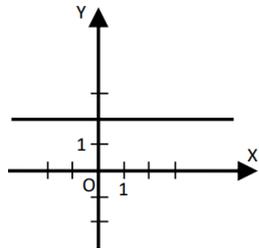
一次函數的關係式： $y=ax+b$ ，可分三種情況討論

1. 當  $a=0$  時，一次函數  $y=b$

例如： $y=2$ ，也就是  $y=0\times x+2$

$x$	0	1	
$y$	2	2	

其函數圖形為一水平線

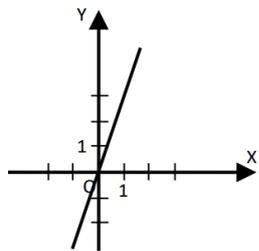


2. 當  $b=0$  時，一次函數  $y=ax$

例如： $y=3x$

$x$	0	1	
$y$	0	3	

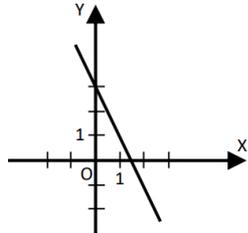
其函數圖形為通過原點，但非水平線和鉛垂線的一條直線



3. 當  $a \neq 0$  ·  $b \neq 0$  時 ·  $y = ax + b$

例如： $y = -2x + 3$

$x$	0	1	
$y$	3	1	



其函數圖形為不通過原點，也非水平線和鉛垂線的一條直線

(二) 以本題為例，進行解題說明：

一元一次函數  $y = ax + b$ ，其圖形通過  $(1, c)$  和  $(2, d)$ ，且  $c > d > 0$ ，因此直線呈「左上右下」的傾斜。又函數  $y = ax + b$  通過  $(0, b)$ ，故  $b > c > d > 0$ 。其次，分別將  $x = 1$  和  $x = 2$  代入  $y = ax + b$  可得  $c = a + b > 2a + b = d$ ，解得  $a < 0$ 。綜合上述，即得  $b > c > d > a$ 。

## 伍、整體學力表現分析

### 一、不同背景變項學生整體學力表現分析

本計畫同時採用古典測驗理論( classical test theory, CTT )與試題反應理論( item response theory, IRT ) 三參數模式作為試題分析理論基礎，並以三參數模式進行學生能力估計。三參數模式有 a、b、c 三種參數，分別代表鑑別度、難度以及猜測度。學生能力估計值則參考 PISA 與 TIMSS 等國際大型測驗的作法，將估計出來的能力轉換至平均分數 500，標準差 100 的量尺上，再以轉換所得量尺分數進行不同背景變項學生表現分析。本年度數學八年級整體學生學力表現分布狀況，如圖 5-1 所示。

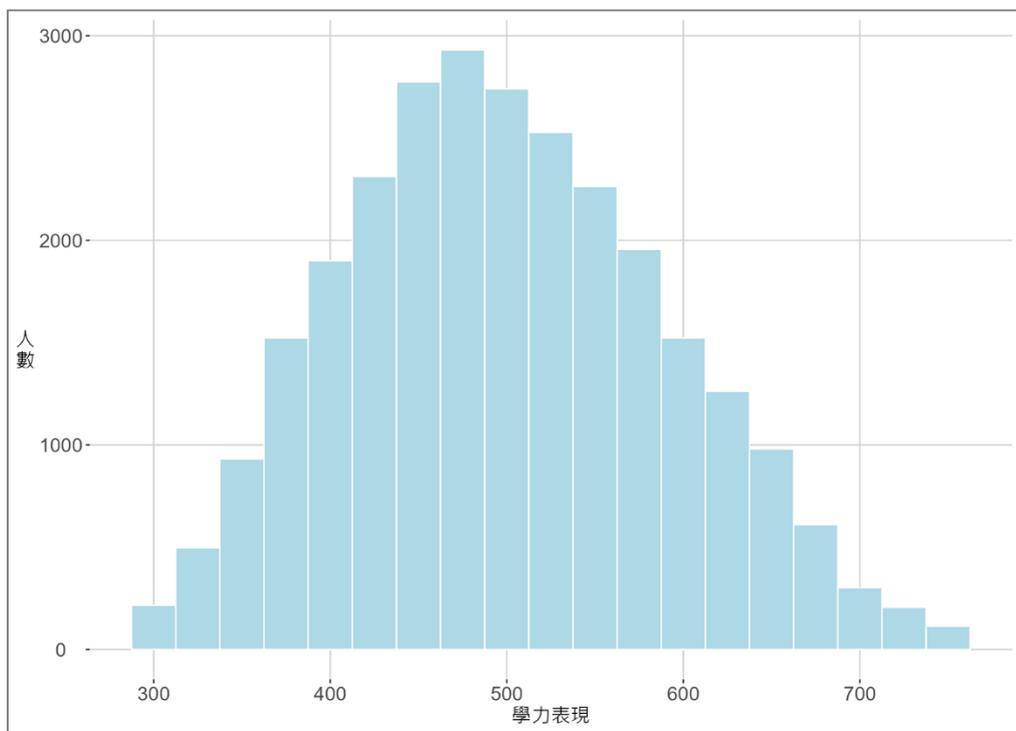


圖 5-1 數學八年級整體學生學力表現分布圖

如圖 5-2，以性別為背景變項進行分析，男生的平均量尺分數為 496(標準差 96)、女生平均量尺分數則為 503(標準差 86)；再以不同都市化程度進行背景變項分析，發現「都會核心」、「工商市區」及「新興市鎮」之八年級學生其數學學力檢測表現高於整體平均，「傳統產業市鎮」、「低度發展鄉鎮」、「高齡化鄉鎮」及「偏遠鄉鎮」學生之表現低於整體平均。

按照不同都市化程度學力表現由高至低依序為「都會核心」、「工商市區」、「新興市鎮」、「低度發展鄉鎮」、「傳統產業市鎮」、「偏遠鄉鎮」、「高齡化鄉鎮」，各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差如表 5-1 所示。本年度報考學生人數 33,655 人，排除無效樣本後，總計背景變項分析有效樣本為 27,572 人。

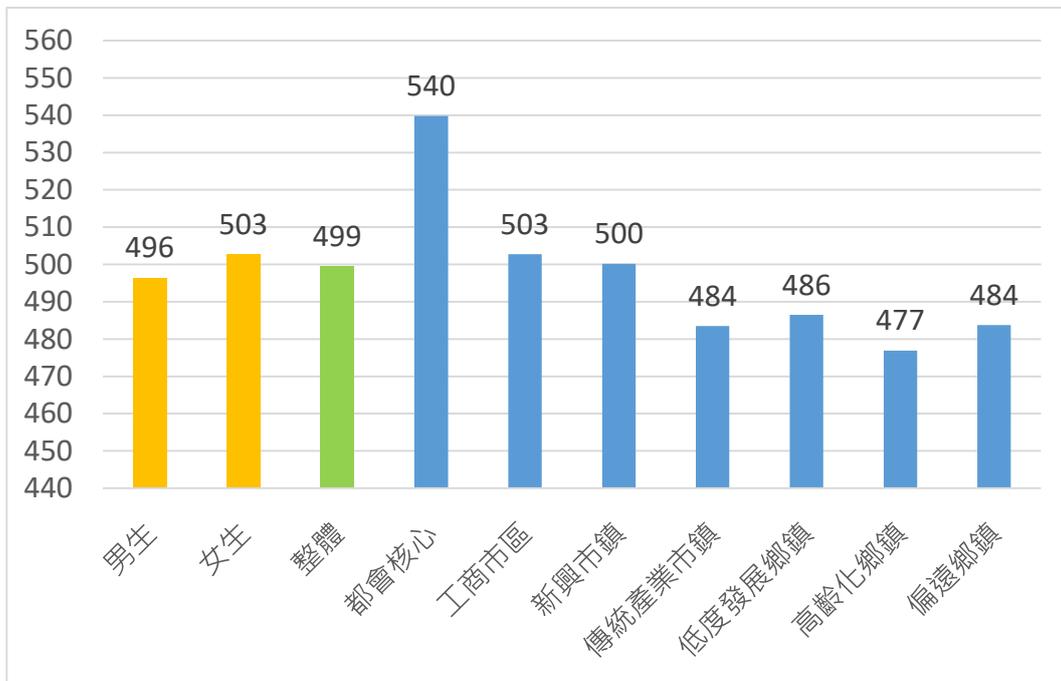


圖 5-2 數學八年級學生不同背景變項學力表現

表 5-1 各鄉鎮市區類型參與之學生人數、學力表現平均數及標準差

	人數	平均數	標準差
整體	27,572	499	91
都會核心	3,331	540	99
工商市區	6,110	503	92
新興市鎮	7,562	500	91
傳統產業市鎮	1,573	484	83
低度發展鄉鎮	6,471	486	86
高齡化鄉鎮	1,797	477	81
偏遠鄉鎮	728	484	85

## 二、國民中學八年級學生於不同學習重點之答對率表現

藉由將「國民中學數學八年級學生學習能力檢測」題號，對應之十二年國教課程綱要學習重點和答對率進行交叉對照，可更明確檢視學生表現較優異和有待加強之處，相關整理如表 5-2 所示。

表 5-2-1 數與量學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80		
61~70		
51~60	5	N-8-1 二次方根：二次方根的意義；根式的化簡及四則運算。 備註：可使用乘法公式來化簡的根式，待乘法公式單元再提及。
	12	N-8-6 等比數列：等比數列；給定首項、公比計算等比數列的一般項。 備註：不處理「已知等比數列不相鄰某兩項的值（不含首項），反求首項、項數或公比」，例如：給定 $a_5$ 和 $a_9$ 的值，求首項和公比。
41~50	14	N-8-4 等差數列：等差數列；給定首項、公差計算等差數列的一般項。 備註：不處理「已知等差數列不相鄰某兩項的值（不含首項），反求首項、項數或公差」，例如：給定 $a_5$ 和 $a_9$ 的值，求首項和公差。
31~40	20	N-8-2 二次方根的近似值：二次方根的近似值；二次方根的整數部分；十分逼近法。使用計算機 $\sqrt{\quad}$ 鍵。 備註：二次方根的整數部分，可用幾何、十分逼近法、計算機求近似值。
	22	N-8-5 等差級數求和：等差級數求和公式；生活中相關的問題。 備註：不處理「已知級數和反求首項、項數或公差」。
21~30		
11~20		
0~10		

表 5-2-2 空間形狀與坐標幾何學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點	
91~100			
81~90	2	S-7-2	三視圖：立體圖形的前視圖、上視圖、左（右）視圖。立體圖形限制內嵌於 3*3*3 的正方體且不得中空。
71~80	8	S-7-3	垂直：垂直的符號；線段的中垂線；點到直線距離的意義。
61~70			
51~60			
41~50	7	S-7-5	線對稱的基本圖形：等腰三角形；正方形；菱形；箏形；正多邊形。
	15	G-8-1	直角坐標系上兩點距離公式：直角坐標系上兩點 A(a,b)和 B(c,d)的距離為線段 $\overline{AB} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ ；生活上相關問題。
31~40			
21~30	17	S-8-6	畢氏定理：畢氏定理（勾股弦定理、商高定理）的意義及其數學史；畢氏定理在生活上的應用；三邊長滿足畢氏定理的三角形必定是直角三角形。
11~20	24	S-7-4	線對稱的性質：對稱線段等長；對稱角相等；對稱點的連線段會被對稱軸垂直平分。
0~10			

表 5-2-3 代數與函數學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90	1	A-8-1 二次式的乘法公式： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ； $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ； $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ； $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 。
71~80	4	A-7-7 一元一次不等式的意義：不等式的意義；具體情境中列出一元一次不等式。
61~70		
51~60	6	A-8-4 因式分解：因式的意義（限制在二次多項式的一次因式）；二次多項式的因式分解意義。
	9	A-8-6 一元二次方程式的意義：一元二次方程式及其解，具體情境中列出一元二次方程式。
	11	A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。
41~50	10	A-8-3 多項式的四則運算：直式、橫式的多項式加法與減法；直式的多項式乘法（乘積最高至三次）；被除式為二次之多項式的除法運算。 備註：不涉及使用分離係數法。
	16	A-7-8 一元一次不等式的解與應用：單一的一元一次不等式的解；在數線上標示解的範圍；應用問題。
	21	A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。
31~40	18	A-8-5 因式分解的方法：提公因式法；利用乘法公式與十字交乘法因式分解。 備註：只處理整係數 $ax^2+bx+c$ 的因式分解或與乘法公式直接相關者，不處理一般二元齊次或二元非齊次式但有一次介入者。
	19	F-8-1 一次函數：透過對應關係認識函數（不要出現 $f(x)$ 的抽象型式）、常數函數（ $y=c$ ）、一次函數（ $y=ax+b$ ）。
21~30	25	F-8-2 一次函數的圖形：常數函數的圖形；一次函數的圖形。
11~20		
0~10		

表 5-2-4 資料與不確定性學習重點及其答對率之交叉對照表

答對率%	題號	學習重點
91~100		
81~90		
71~80	3	D-7-1 統計圖表：蒐集生活中常見的數據資料，整理並繪製成含有原始資料或百分率的統計圖表：直方圖、長條圖、圓形圖、折線圖、列聯表。遇到複雜數據時可使用計算機輔助，教師可使用電腦應用軟體演示教授。
61~70		
51~60		
41~50	13	D-7-2 統計數據：用平均數、中位數與眾數描述一組資料的特性；使用計算機的「M+」或「Σ」鍵計算平均數。
31~40		
21~30	23	D-8-1 統計資料處理：累積次數、相對次數、累積相對次數折線圖。
11~20		
0~10		

## 陸、整體教學建議

### 一、學生整體表現

由表 6-1 觀之，本次測驗全體學生的平均通過率是 49%。從學生在各評量指標-知識向度與認知向度的解題表現來看，其中，在知識向度方面，學生在空間形狀與坐標幾何向度的平均通過率最高(51%)，其次是代數與函數向度(50%)、數與量向度(47%)，而在資料與不確定性向度的平均通過率最低(46%)；在認知向度方面，學生在概念理解向度的平均通過率最高(56%)，在解題思考向度平均通過率最低(38%)。進一步分析資料，學生在空間形狀與坐標幾何\*概念理解向度的平均通過率最佳(全：60%、高分組：74%、低分組：44%)；學生在代數與函數\*解題思考向度的平均通過率最低(全：32%、高分組：52%、低分組：19%)。

此結果顯示針對八年級學生的數學課室教學，教師對於建立學生因式分解的方法、一次函數及多項式的四則運算，除重視基本概念之講解說明，亦要多提供程序運算練習與應用問題，幫助學生熟練代數運算的解題與應用，提升更高階段的學習成效。

表 6-1 整體學生及高分組、低分組學生於各評量向度之通過率

八	概念理解			程序執行			解題思考			小計		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率		分組	通過率
數與量				5、14、 22	高	0.73	12、20	高	0.70	共 5 題	高	0.72
					全	0.47		全	0.45		全	0.47
					低	0.27		低	0.23		低	0.25
空間形 狀與坐 標幾何	2、 8、24	高	0.74	7	高	0.82	15、17	高	0.61	共 6 題	高	0.71
		全	0.60		全	0.50		全	0.37		全	0.51
		低	0.44		低	0.24		低	0.22		低	0.33
代數 與函數	9	高	0.93	01、04、 06、10、 11、16、 18、21	高	0.82	19、25	高	0.52	共 11 題	高	0.78
		全	0.55		全	0.54		全	0.32		全	0.50
		低	0.21		低	0.31		低	0.19		低	0.28

八	概念理解			程序執行			解題思考			小計		
	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率	題號	分組	通過率		分組	通過率
資料與不確定性	13	高	0.66	03、23	高	0.69				共3題	高	0.68
		全	0.42		全	0.49					全	0.46
		低	0.23		低	0.30					低	0.28
小計	共5題	高	0.76	共14題	高	0.78	共6題	高	0.61	共25題	高	0.74
		全	0.56		全	0.52		全	0.38		全	0.49
		低	0.35		低	0.29		低	0.21		低	0.29

## 二、對學習待加強學生的觀察

本次測驗對象是國中八年級的學生，測驗的內容是以 108 年課程綱要-數學領域中所羅列之七年級與八年級學生應學習的學習內容作為命題依據。由上表 6-1 呈現的數據發現，高、低分組學生在這些題目的答對率大都有顯著差異。以下我們特別針對鑑別度最高的五題(第 9、11、6、7、16 題)再做進一步的分析與討論，提供老師作為教學上的參考。

### (一) 一元二次方程式的意義

#### 1. 評量目標

第 9 題(試題如下)對應的學習內容是「A-8-6 一元二次方程式的意義：一元二次方程式及其解，具體情境中列出一元二次方程式。」

下列哪個一元二次方程式的其中一個解是  $x = -5$  ?

(A)  $x(x - 5) = 0$

(B)  $(x + 5)(x - 3) = 0$

(C)  $(x + 5)(x - 5) = -10$

(D)  $(x + 6)(x + 4) = 1$

本題給定一組解，要求學生選出滿足此解的一元二次方程式，評量學生是否理解一元二次方程式解的意義。

## 2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.72，正確答案為選項 B，通過率為 55%(高分組答對率 93%，低分組答對率 21%)，顯示五成五的學生已具備檢驗一元二次方程式解的能力。
- (2) 有 14%的學生選擇 A (低分組有 26%)，這些學生可能不理解一元二次方程式解的意義，看到  $x(x-5)=0$ ，誤以為  $x=-5$ 。
- (3) 有 24%的學生選擇 C (低分組有 38%)，這些學生忽略一元二次方程式等號的右邊不為 0，以為將  $x=-5$  代入  $(x+5)(x-3)$  後為 0，代表  $x=-5$  就是解。
- (4) 有 8%的學生選擇 D (低分組有 14%)，這些學生將  $x=-5$  代入  $(x+6)(x+4)$  計算錯誤得到  $(-5+6)(-5+4)=1 \times 1=1$ ，誤以為  $x=-5$  就是解。

## 3. 教學建議

下面以「求方程式  $(x-3)(x+1)=0$  的解」為例，說明如何幫助學生解題：

### (1) 複習方程式解的意義：

將  $x=a$  代入方程式之後，能讓等號成立，稱  $a$  為方程式的解。

例如：一元一次方程式「 $x-1=0$ 」，以  $x=1$  代入，得到  $1-1=0$ ，讓方程式成立，所以「1」是方程式「 $x-1=0$ 」的解。

### (2) 複習一元一次方程式求解：

若一元一次方程式  $x+a=0$ ，它的解為  $-a$ ， $x-b=0$  的解為  $b$ 。

### (3) 講解一元二次方程式求解：

i. 利用「0 乘以任何數都等於 0」及「非 0 的兩數，其乘積必仍非 0」，以表格方式幫助學生發現「若  $ab=0$ ，則  $a=0$  或  $b=0$ 」，如下表：

	$a=0$	$a \neq 0$
$b=0$	$ab=0$	$ab=0$
$b \neq 0$	$ab=0$	$ab \neq 0$

必要時，可以分別將  $a \neq 0$  細分成  $a > 0$  和  $a < 0$ 。

同理，也將  $b \neq 0$  細分成  $b > 0$  和  $b < 0$ 。

ii. 舉例說明如何求解  $(x-3)(x+1)=0$ 。

由上表知： $(x-3)(x+1)=0$  則  $x-3=0$  或  $x+1=0$ 。

利用一元一次方程式求解，得  $x=3$  或  $x=-1$ 。

最後，幫助學生建立驗算的良好習慣，

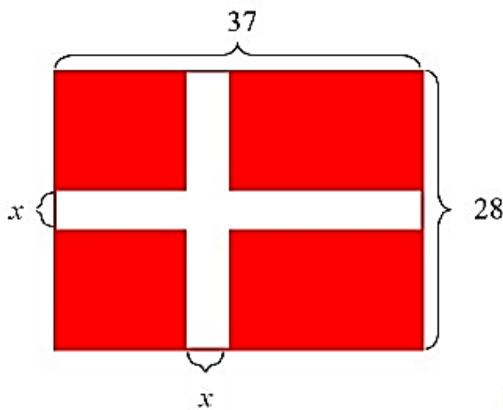
再分別將  $x=3$  或  $x=-1$  代入原式，檢查看看。

## (二) 一元二次方程式的解法與應用

### 1. 評量目標

第 11 題(試題如下)對應的學習內容是「A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。」

小明有一幅丹麥的小國旗，最外圍的長方形長為 37 公分，寬為 28 公分，中間白色十字區域是由兩個寬度為  $x$  公分的長方形交叉而成。假設白色十字區域的面積為 244 平方公分，請問  $x = ?$



(單位：公分)

- (A) 6
- (B) 5
- (C) 4
- (D) 3

本題給定標示長寬的丹麥國旗及白色十字區域的面積，要求學生算出白色十字區域的寬，評量學生運用一元二次方程式解題的能力。

### 2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 C，通過率為 60%(高分組答對率 90%，低分組答對率 32%)，顯示六成的學生已具備運用一元二次方程式解應用問題的能力。
- (2) 有 13%的學生選擇 A (低分組有 22%)，這些學生尚未具備運用一元二次方程式解應用問題的能力。
- (3) 有 14%的學生選擇 B (低分組有 26%)，這些學生尚未具備運用一元二次方程式解應用問題的能力。
- (4) 有 12%的學生選擇 D (低分組有 19%)，這些學生尚未具備運用一元二次方程式解應用問題的能力。

### 3. 教學建議

- (1) 複習一元一次方程式的意義：以符號代表數、一元一次式、一元一次方程式。
- (2) 複習一元二次方程式的列式。
- (3) 複習一元二次方程式的解的意義。
- (4) 複習一元二次方程式的解法。
- (5) 以本題為例，說明如何幫助學生解題：

i. 協助學生理解題意並掌握已知、未知條件以並找出關係。

(i) 已知：國旗長 37 公分、國旗寬 28 公分、白色十字面積 244 平方公分。

(ii) 未知：白色十字部分寬(x 公分)。

(iii) 找關係：利用白色十字面積 244 平方公分列關係式

兩條長方形面積-重疊正方形面積=白色十字面積

$$37x + 28x - x^2 = 244$$

ii. 用因式分解法解一元二次方程式

$$37x + 28x - x^2 = 244$$

$$65x - x^2 = 244$$

$$0 = x^2 - 65x + 244$$

$$\text{由 } 244 = 4 \times 61, (-4) + (-61) = -65$$

$$(x-4)(x-61) = 0$$

$$x = 4 \text{ 或 } 61 (\text{大於 } 37 \text{ 公分, 不合})$$

### (三) 因式分解

#### 1. 評量目標

第 6 題(試題如下)對應的學習內容是「A-8-4 因式分解：因式的意義 (限制在二次多項式的一次因式)；二次多項式的因式分解意義。」

已知  $(x-2)$  與  $(2x+3)$  均是多項式  $ax^2 + bx - 18$  的因式，下列何者不是多項式  $ax^2 + bx - 18$  因式分解後的式子？

(A)  $(x-2)(6x+9)$

(B)  $(3x-6)(2x+3)$

(C)  $(3x+6)(2x-3)$

(D)  $3(x-2)(2x+3)$

本題給定二次多項式的兩個一次因式，要求學生對此二次多項式因式分解，評量學生是否理解因式分解的意義。

## 2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.59，正確答案為選項 C，通過率為 51%(高分組答對率 84%，低分組答對率 25%)，顯示超過五成的學生已理解因式分解的意義。
- (2) 有 14%的學生選擇 A (低分組有 22%)，也有 11%的學生選擇 B (低分組有 21%)，這些學生可能誤解題意，以為要選正確因式分解的選項。
- (3) 有 24%的學生選擇 D (低分組有 31%)，這些學生可能以為因式分解不可以提出常數在括號外，也可能誤以為要選正確因式分解的選項。

## 3. 教學建議

- (1) 先複習整數的因數、倍數關係。  
例如： $12 = 4 \times 3$ ，表示 12 是 3 的倍數，也是 4 的倍數；反過來說 3 和 4 都是 12 的因數。
- (2) 再類推到多項式的因式、倍式關係。  
例如： $(4x^2 + 6x + 2) = (2x + 2)(2x + 1)$ ，其中  $(2x + 2)$  可以提出常數 2 變為  $2(x + 1)$ ，因此  $(4x^2 + 6x + 2)$  可表示為  $2(x + 1)(2x + 1)$ ，因此 2、 $(x + 1)$ 、 $(2x + 1)$  都是  $(4x^2 + 6x + 2)$  的因式，反過來說  $(4x^2 + 6x + 2)$  是 2、 $(x + 1)$ 、 $(2x + 1)$  的倍式。
- (3) 因式和因式的乘積也可能成為因式：  
上述 2、 $(x + 1)$ 、 $(2x + 1)$  是不同的因式，我們也可以利用  $2 \times (x + 1)$ 、 $2 \times (2x + 1)$ 、 $(x + 1) \times (2x + 1)$  組合出不同的因式。

## (四) 線對稱的基本圖形

### 1. 評量目標

第 7 題(試題如下)對應的學習內容是「S-7-5 線對稱的基本圖形：等腰三角形；正方形；菱形；箏形；正多邊形。」

設四邊形  $ABCD$  為一菱形，其對角線的交點為  $E$ 。已知  $\overline{AE} = 12$ ， $\overline{BE} = 8$ ，則菱形  $ABCD$  的面積是多少？

- (A) 48
- (B) 96
- (C) 192
- (D) 384

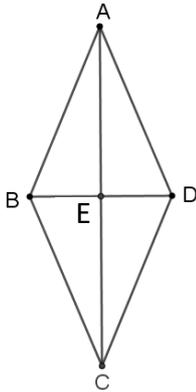
本題給定菱形部分資訊，要求學生計算菱形的面積，評量學生是否掌握菱形面積的解法。

## 2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.58，正確答案為選項 C，通過率為 50%，顯示五成的學生已掌握菱形面積的解法。
- (2) 有 11% 的學生選擇 A (低分組有 17%)，這些學生可能了解菱形面積的計算，但將  $\overline{AE}$ 、 $\overline{BE}$  當成對角線進行計算面積 =  $\frac{12 \times 8}{2} = 48$ ，這些學生可能部分掌握菱形面積的解法。
- (3) 有 31% 的學生選擇 B (低分組有 47%)，這些學生可能直接將題目所給的兩個數據相乘計算面積 =  $12 \times 8 = 96$ ，這些學生可能尚未掌握菱形面積的解法。
- (4) 有 8% 的學生選擇 D (低分組有 12%)，這些學生可能正確算出兩對角線長分別為 24 及 16，而在計算菱形面積時直接相乘得  $24 \times 16 = 384$ ，這些學生可能尚未掌握菱形面積的解法。

## 3. 教學建議

- (1) 複習等腰三角形、正方形、菱形、箏形、正多邊形為線對稱圖形的幾何性質。
- (2) 以本題為例，進行解題說明。

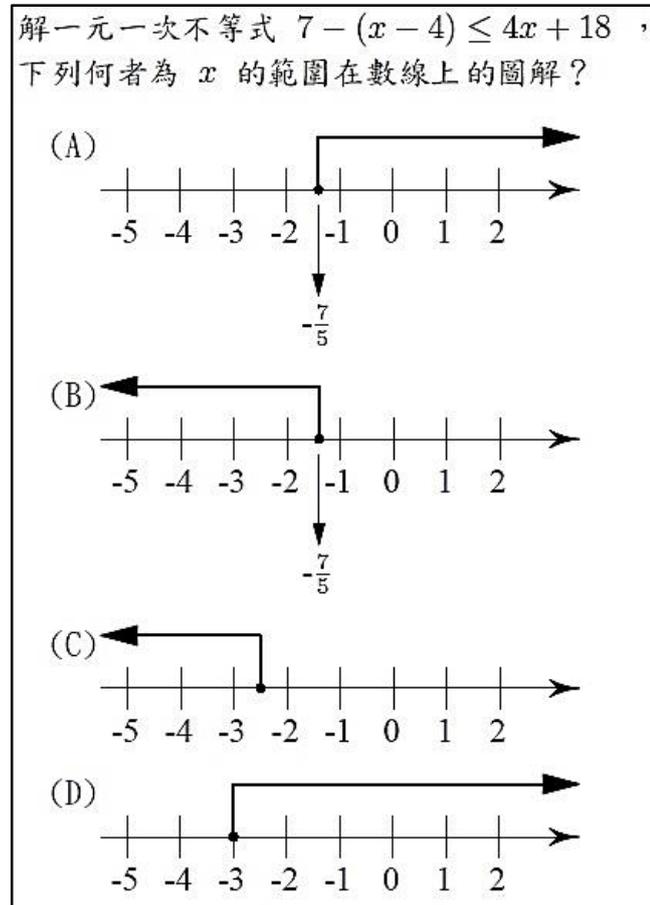


- i. ABCD 為菱形， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  為其對角線，且皆為對稱軸，因此對角線將菱形分成四個大小一樣且都是直角三角形。
- ii. 因為  $\triangle ABE$  為直角三角形，故  $\triangle ABE$  面積 =  $\frac{1}{2} \overline{BE} \times \overline{AE}$   
因此菱形 ABCD 面積 =  $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BE} \times \overline{AE} = 2 \cdot 12 \cdot 8 = 192$ 。

## (五) 一元一次不等式的解與應用

### 1. 評量目標

第 16 題(試題如下)對應的學習內容是「A-7-8 一元一次不等式的解與應用：單一的一元一次不等式的解；在數線上標示解的範圍；應用問題。」



本題給定一元一次不等式，要求學生選出不等式在數線上的圖解，評量學生是否具備在數線上標示不等式解的範圍的能力。

### 2. 試題分析

- (1) 本題鑑別度為 0.57，正確答案為選項 A，通過率為 46%(高分組答對率 78%，低分組答對率 21%)，顯示近五成的學生已具備在數線上標示不等式解的範圍的能力。
- (2) 有 27%的學生選擇 B (低分組有 35%)，這些學生可能在等量公理的運算上沒問題，但不熟悉不等式上對於乘除負數的改變不等方向，這些學生可能部分具備在數線上標示不等式解的範圍的能力。
- (3) 有 14%的學生選擇 C (低分組有 23%)，這些學生可能僅是猜測答案，尚未具備在數線上標示不等式解的範圍的能力。

(4) 有 13% 的學生選擇 D (低分組有 19%)，這些學生可能在一次式的去括號出現錯誤，而正確在不等式上對於乘除負數的改變不等方向，這些學生可能部分具備在數線上標示不等式解的範圍的能力。

$$7-x-4 \leq 4x+18 \rightarrow 3-x \leq 4x+18 \rightarrow -5x \leq 15 \rightarrow x \geq -3。$$

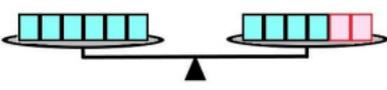
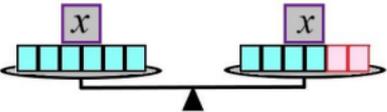
### 3. 教學建議

(1) 複習一元一次不等式的解及在數線上標示解的範圍。

i. 複習一元一次不等式的解

(i) 一元一次不等式的等量加法

以「 $6 > 4 \rightarrow 6+x > 4+x$ 」為例，說明不等式的兩邊同時加上一個未知數，不等號左右兩邊的大小關係不會改變，不等號不會變號。

關係式	圖式
在等臂天秤的兩邊放上 6 顆和 4 顆一樣的積木。 $6 > 4$	
為了讓兩邊一樣重，我們在右邊加上 2 顆積木。 $6 = 4 + 2$	
在天秤的兩邊同時加上 1 顆重量為 $x$ 的積木， 天秤兩邊還是會維持會平衡。 $6 + x = (4 + 2) + x$	
最後，我們將右邊增加的 2 顆積木拿掉，得到 $6 + x > 4 + x$	

(ii) 一元一次不等式的等量減法

以「 $6 > 4 \rightarrow 6-x > 4-x$ 」為例，說明不等式的兩邊同時減去一個未知數，不等號左右兩邊的大小關係不會改變，不等號不會變號。

關係式	圖式
已知	$6 > 4$
在式子的右邊加 2，讓左右兩邊相等。	$6 = 4 + 2$
在左右兩邊同時減 $x$ 。	$6 - x = (4 + 2) - x$
最後，將右邊增加的 2 減掉。	$6 - x > 4 - x$

(iii) 一元一次不等式的等量乘法、除法

當乘以或除以正數時，想法與上述加減法一樣，需要特別注意的是乘以或除以負數時。

① 當  $a > b$  時， $a$  的相反數  $< b$  的相反數，則  $-a < -b$

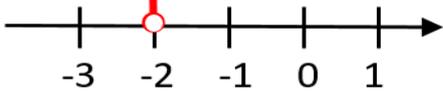
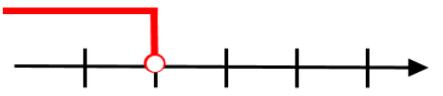
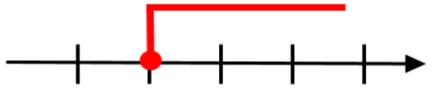
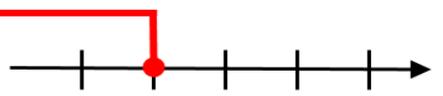
也就是  $a > b$  時，將  $a$ 、 $b$  時乘以  $(-1)$ ，得到  $a$ 、 $b$  的相反數  $-a$ 、 $-b$ ，得到  $-a < -b$ 。

② 以「解一元一次不等式  $-5x > 10$ 」為例

$$\text{乘以 } \left(-\frac{1}{5}\right) \Rightarrow (-5x) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) < 10 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \Rightarrow x < -2。$$

ii. 複習一元一次不等式在數線上標示解的範圍。

將不等式在數線上標示，有以下 4 種圖示：

$x > -2$ 代表「 $x$ 比 $-2$ 大」，因為 $x > -2$ 不包含 $-2$ ，所以數線上 $-2$ 的點要標示 <b>空心</b> ，再將數線上 $-2$ 的點往上拉一條線往 <b>右邊</b> 畫。	 A number line with tick marks at -3, -2, -1, 0, and 1. A red open circle is drawn at -2. A red horizontal line extends to the right from the open circle, starting at -2 and ending at 1.
$x < -2$ 代表「 $x$ 比 $-2$ 小」，因為 $x < -2$ 不包含 $-2$ ，所以數線上 $-2$ 的點要標示 <b>空心</b> ，再將數線上 $-2$ 的點往上拉一條線往 <b>左邊</b> 畫。	 A number line with tick marks at -3, -2, -1, 0, and 1. A red open circle is drawn at -2. A red horizontal line extends to the left from the open circle, starting at -2 and ending at -3.
$x \geq -2$ 代表「 $x$ 等於 $-2$ 」或「 $x$ 比 $-2$ 大」，因為 $x \geq -2$ 包含 $-2$ ，所以數線上 $-2$ 的點要標示 <b>實心</b> ，再將數線上 $-2$ 的點往上拉一條線往 <b>右邊</b> 畫。	 A number line with tick marks at -3, -2, -1, 0, and 1. A red solid dot is drawn at -2. A red horizontal line extends to the right from the solid dot, starting at -2 and ending at 1.
$x \leq -2$ 代表「 $x$ 等於 $-2$ 」或「 $x$ 比 $-2$ 小」，因為 $x \leq -2$ 包含 $-2$ ，所以數線上 $-2$ 的點要標示 <b>實心</b> ，再將數線上 $-2$ 的點往上拉一條線往 <b>左邊</b> 畫。	 A number line with tick marks at -3, -2, -1, 0, and 1. A red solid dot is drawn at -2. A red horizontal line extends to the left from the solid dot, starting at -2 and ending at -3.

(2) 以本題為例，進行解題說明。

$$7-(x-4) \leq 4x+18$$

$$7-x+4 \leq 4x+18$$

$$11-x \leq 4x+18 \quad \text{利用等量公理，兩側同時減 } 4x，\text{同時減 } 11$$

$$-x-4x \leq 18-11$$

$$-5x \leq 7 \quad \text{兩側同時乘以 } -\frac{1}{5}，\text{不等方向改變}$$

$$x \geq -\frac{7}{5}$$

## 112 年學力檢測測驗題本 數學八年級

作答注意事項：

各位同學：

你們好。

這是一份數學的試題，總共 25 題。

測驗時間為 45 分鐘。

每一題請選出一個最合適的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡畫記，不可超出格線外，如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，再重新畫記。

畫記說明：

當你想選擇的答案為 (D) 時，正確畫記為 (A) (B) (C) ●

其他事項：

★ 每一題都要回答。

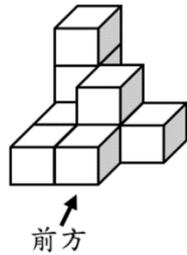
★ 試題如有錯誤，請立即告知老師。

學 校	
班 級	
座 號	
姓 名	

1. 計算  $107^2 - 93^2 = ?$

- (A) 9951
- (B) 2800
- (C) 400
- (D) 28

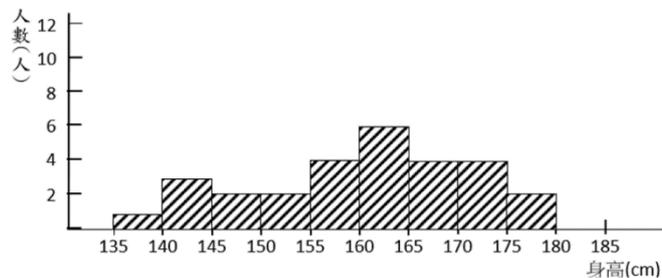
2. 下圖為 9 個正方體積木組成的立體形體。



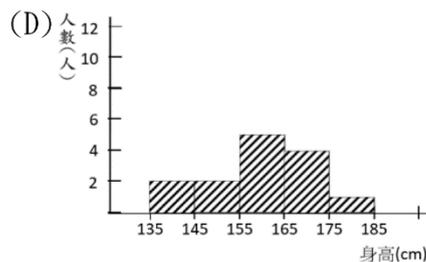
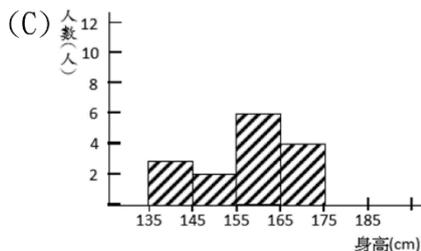
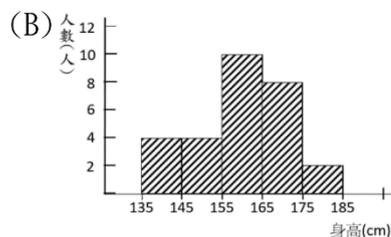
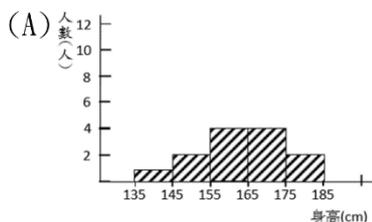
下列哪個選項為此形體的上視圖？

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

3. 阿立班上這學期全班的身高直方圖如下。



將組距改成是 10 公分後，下列何者為其身高直方圖？



4. 「清清飲料店綠茶多多一杯 35 元，紅豆牛奶一杯 45 元，購買金額達 490 元，享免費外送服務。小嫻買了綠茶多多和紅豆牛奶總共 12 杯，且有達到免費外送的條件。請問小嫻買了多少杯綠茶多多？」  
 假設綠茶多多買了  $x$  杯，依題意可以列出下列哪個一元一次不等式？

- (A)  $35x + 45(12 - x) \geq 490$
- (B)  $35x + 45(12 - x) \leq 490$
- (C)  $45x + 35(12 - x) \geq 490$
- (D)  $45x + 35(12 - x) \leq 490$

5. 將算式  $\sqrt{18} - \frac{\sqrt{18}}{3} \div \sqrt{\frac{26}{21}} \times \sqrt{\frac{13}{3}}$  化為最簡根式？

(A)  $\sqrt{42}$

(B)  $2\sqrt{14}$

(C)  $3\sqrt{2} - \sqrt{7}$

(D)  $3\sqrt{7} - \sqrt{21}$

6. 已知  $(x - 2)$  與  $(2x + 3)$  均是多項式  $ax^2 + bx - 18$  的因式，下列何者不是多項式  $ax^2 + bx - 18$  因式分解後的式子？

(A)  $(x - 2)(6x + 9)$

(B)  $(3x - 6)(2x + 3)$

(C)  $(3x + 6)(2x - 3)$

(D)  $3(x - 2)(2x + 3)$

7. 設四邊形  $ABCD$  為一菱形，其對角線的交點為  $E$ 。已知  $\overline{AE} = 12$ ， $\overline{BE} = 8$ ，則菱形  $ABCD$  的面積是多少？

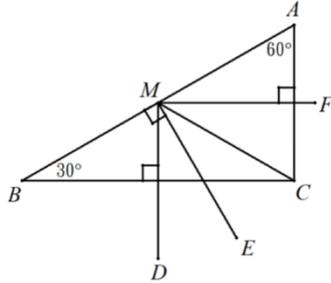
(A) 48

(B) 96

(C) 192

(D) 384

8. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ 。  
 設  $M$  為  $\overline{AB}$  的中點，且  $\overline{MD} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{ME} \perp \overline{AB}$ 、 $\overline{MF} \perp \overline{AC}$ 。



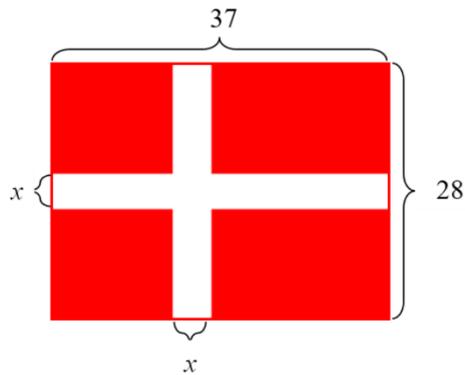
請問下列選項何者是  $\overline{AB}$  的中垂線？

- (A)  $\overline{MC}$   
 (B)  $\overline{MD}$   
 (C)  $\overline{ME}$   
 (D)  $\overline{MF}$
9. 下列哪個一元二次方程式的其中一個解是  $x = -5$  ？
- (A)  $x(x - 5) = 0$   
 (B)  $(x + 5)(x - 3) = 0$   
 (C)  $(x + 5)(x - 5) = -10$   
 (D)  $(x + 6)(x + 4) = 1$

10. 請問  $(4x^2 + 1) \div (2x + 1)$  的餘式是多少？

- (A) 2
- (B) 0
- (C) -1
- (D)  $1 - 2x$

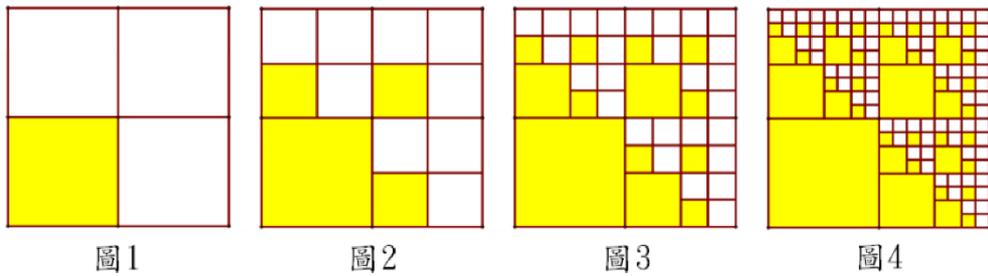
11. 小明有一幅丹麥的小國旗，最外圍的長方形長為 37 公分，寬為 28 公分，中間白色十字區域是由兩個寬度為  $x$  公分的長方形交叉而成。假設白色十字區域的面積為 244 平方公分，請問  $x = ?$



(單位：公分)

- (A) 6
- (B) 5
- (C) 4
- (D) 3

12. 如圖，圖 1 到圖 4 是具備某種規律的圖形，且每個圖形內的白色細格都是一樣大的正方形。



已知圖 1 的白色細格面積佔整個大正方形面積的  $\frac{3}{4}$ ，

圖 2 的白色細格面積佔整個大正方形面積的  $\frac{9}{16}$ 。

依照這個規律，請問圖 5 的白色細格面積會佔整個大正方形面積的多少？

- (A)  $\frac{27}{52}$
- (B)  $\frac{81}{256}$
- (C)  $\frac{243}{512}$
- (D)  $\frac{243}{1024}$

13. 四個班舉行踢毽子比賽，每班選出 21 人測得踢毽子的統計結果如下表。

班級	人數	中位數 (次)	平均數 (次)
甲	21	95	95
乙	21	102	94
丙	21	89	106
丁	21	93	105

已知踢毽子次數  $\geq 100$  次為優等，下列哪個班的優等人數最多？

- (A) 甲
- (B) 乙
- (C) 丙
- (D) 丁

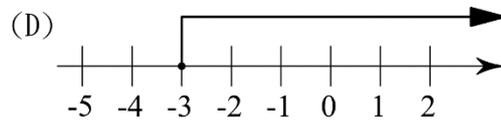
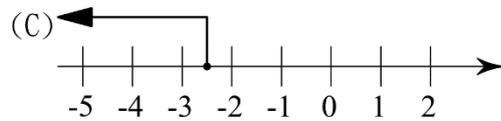
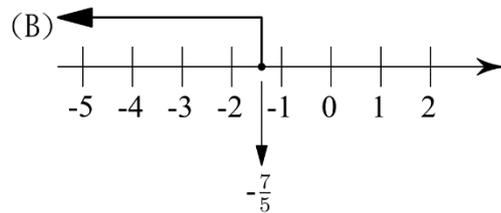
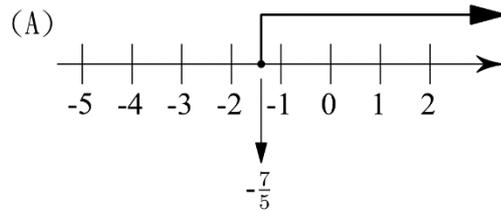
14. 有一等差數列為  $99, 93, 87, 81, \dots$ ，請問此數列的第幾項開始會出現負數？

- (A) 15
- (B) 16
- (C) 17
- (D) 18

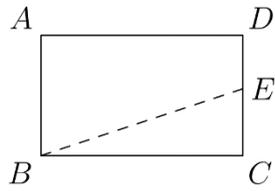
15. 小齊以合作社為起點，先向東走 20 公尺，再向北走 40 公尺，可以走回教室。如果從合作社先向西走 50 公尺，再向北走 280 公尺，則可以走到活動中心。請問教室和活動中心的直線距離為多少公尺？

- (A)  $30\sqrt{65}$   
 (B) 250  
 (C) 310  
 (D) 390

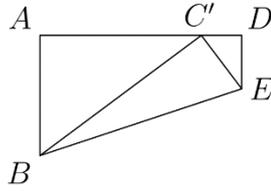
16. 解一元一次不等式  $7 - (x - 4) \leq 4x + 18$ ，  
 下列何者為  $x$  的範圍在數線上的圖解？



17. 圖(一)的長方形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 5$ ，現以  $\overline{BE}$  為摺痕，將  $C$  摺至  $\overline{AD}$  上的  $C'$  點，如圖(二)所示。



圖(一)



圖(二)

請問  $\overline{CE} = ?$

- (A) 1  
 (B)  $\frac{3}{2}$   
 (C)  $\frac{4}{3}$   
 (D)  $\frac{5}{3}$
18. 已知  $(17x - 25)(12x - 5) - (12x - 5)(8x - 13) = (ax - 12)(bx + c)$ ，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆為整數，則  $a + b - c = ?$
- (A) 26  
 (B) 24  
 (C) -12  
 (D) -13

19. 一次函數  $y = ax + b$ ，當  $x = 0$  時， $y$  值為 10；當  $x = 2$  與  $x = 3$  時，對應  $y$  值的比為 3:2。則當  $x = 4$  時， $y$  值為何？

(A) -2

(B) -1

(C) 1

(D) 2

20. 已知  $2 + 3\sqrt{a}$  的整數部分為 10，其中  $a$  為正整數。求  $a = ?$

(A) 5

(B) 6

(C) 7

(D) 8

21. 下列何者為一元二次方程式  $-x^2 + 4x - 1 = 0$  的解？

(一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的解為  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ )

(A)  $x = -2 + \sqrt{3}$  或  $x = -2 - \sqrt{3}$

(B)  $x = -2 + \sqrt{5}$  或  $x = -2 - \sqrt{5}$

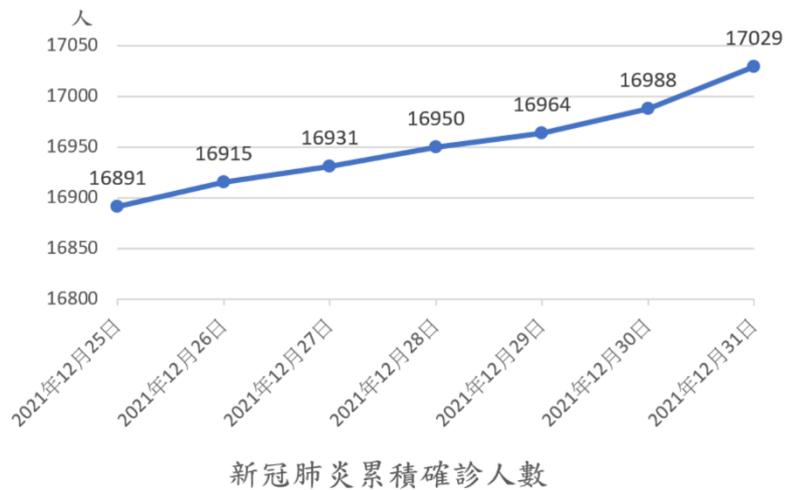
(C)  $x = 2 + \sqrt{3}$  或  $x = 2 - \sqrt{3}$

(D)  $x = 2 + \sqrt{5}$  或  $x = 2 - \sqrt{5}$

22. 求等差級數  $(-9) + (-6) + (-3) + \cdots + 96 + 99 = ?$

- (A) 1350
- (B) 1485
- (C) 1620
- (D) 1665

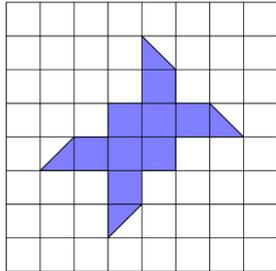
23. 下圖為 2021 年 12 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日新冠肺炎累積確診人數圖。



設 12 月 30 日的確診人數為  $a$  人，12 月 26 日的確診人數為  $b$  人。  
則  $a - b = ?$

- (A) 0
- (B) 8
- (C) 25
- (D) 73

24. 如圖，著色的部份為一個線對稱圖形。



請問著色部分有多少條對稱軸？

- (A)1
- (B)2
- (C)3
- (D)4

25. 直角坐標平面上，某一次函數  $y = ax + b$  的圖形通過  $(1, c)$ 、 $(2, d)$  兩點，其中  $a$ 、 $b$  均為整數，且  $c > d > 0$ 。

關於  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三數的大小關係，下列何者正確？

- (A)  $a > b > c$
- (B)  $b > c > a$
- (C)  $c > a > b$
- (D)  $c > b > a$