

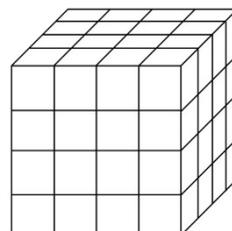
臺南市 111 年公私立國民中學數學競賽八年級試題

作答說明：

1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

一、選擇題 (每題 3 分，共 18 分)

1. 小洋參加六次滿分都是 100 分的測驗，六次測驗的分數分別為 76、87、94、70、 a 、 b 分，其中 $a > b$ 。已知小洋六次測驗的平均分數為 80 分以上(含 80 分)，請問 b 的最小值為何？
(A) 43 (B) 53 (C) 58 (D) 76
2. 小琪班上在園遊會時準備了紅茶和冬瓜茶各若干瓶，已知賣掉 10 瓶冬瓜茶後，剩下的紅茶和冬瓜茶數量比為 5:3，再賣掉 25 瓶紅茶後，最後剩下的紅茶和冬瓜茶數量比為 5:6，請問原先紅茶和冬瓜茶共準備了多少瓶？
(A) 50 (B) 55 (C) 80 (D) 90
3. 數線上有 A 、 B 、 C 、 D 四點，已知從 B 點往右走 12 單位可到達 A 點，從 C 點往左走 3 單位可到達 D 點，從 D 點往左走 5 單位可到達 B 點，請問 A 點與 C 點相距多少單位？
(A) 4 (B) 10 (C) 14 (D) 20
4. 設 x 、 y 、 z 均為正整數，且 $6^x \times 8^y \times 9^z = 2^8 \times 3^7$ ，則 $x+y+2z$ 的值為何？
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 12
5. 已知 $a = \frac{20232022}{2022}$ 、 $b = \frac{20232022}{2023}$ 、 $c = \frac{20222023}{2022}$ 、 $d = \frac{20222023}{2023}$ ，下列選項何者正確？
(A) $a > c > b > d$ (B) $a > b > c > d$ (C) $a > b > d > c$ (D) $c > a > b > d$
6. 將 64 個相同的小正方體積木堆成立體形體，如圖(一)。小明由此立體形體中拿掉若干個小正方體積木後，發現此時立體形體之三視圖(前視、右視、上視)與原來的立體形體(即圖(一))之三視圖(前視、右視、上視)完全相同。請問小明最多可拿掉多少個小正方體積木？
(A) 24 (B) 27 (C) 36 (D) 48



圖(一)

二、填充題 (每題 5 分，共 50 分)

1. 小莉在禮品店購買了 1 盒有 5 個月餅的月餅禮盒與 1 盒有 6 個蛋黃酥的蛋黃酥禮盒，共花 482 元。店員說：「以平均單價來看，月餅禮盒中每個月餅的價格比蛋黃酥禮盒中每個蛋黃酥的價格貴 4 元」，則一盒蛋黃酥禮盒價格為_____元。
2. 在坐標平面上， O 為原點，有兩直線方程式 $L: 2x - y = -8$ 、 $M: -2x + 3y = 12$ 。若直線 L 與直線 M 交於 D 點，直線 L 與 x 軸交於 B 點，直線 M 與 y 軸交於 C 點，則四邊形 $OBDC$ 的面積=_____。
3. 光復國中男生與女生的人數比為 5:4，已知男生中有近視與沒近視的人數比為 3:1；女生中有近視與沒近視的人數比為 4:3。則該校的學生中有近視的男生人數與有近視的女生人數之最簡整數比為_____。
4. 已知 a 、 b 、 c 為三個介於 50~100 之間的正整數，且 $a < b < c$ ，若 a 、 b 的最大公因數為 12， a 、 c 的最大公因數為 18，則 $a+b+c$ 之值為_____。
5. 學務主任將 180 個學生由左到右排成一列進行報數。第一次報數，由最左邊的學生開始，以 1、2、3、4、5、6、1、2、3、4、5、6、...，每 6 個號碼循環一次的方式報數；第二次報數，由最右邊的學生開始，以 1、2、3、4、5、1、2、3、4、5、...，每 5 個號碼循環一次的方式報數，每次每個人都報一個號碼。則兩次報數的號碼都是奇數的學生有_____人。

【背面尚有試題】

6. 中正國中有 200 位學生，投票選出 2 位優良學生（每個學生只有 1 票，可能沒投票或無效票）。已知有 7 位候選人，選舉結果每位候選人票數都不同，且每位候選人至少有 1 票。若朱小齊以第二高票當選，那麼他最多可能有_____票。
7. 設 $A = 12^5 \times 5^{11}$ ，則 A 展開後的每位數字之總和為_____。
8. 已知算式 $\frac{4444^2 - 4444 \times 3333 + 3333^2}{1100^2 - 11^2}$ 之值為 $\frac{a}{1089}$ ，則 $a =$ _____。
9. 甲、乙、丙三人同解 25 題數學競賽題，結果三人解出的題數依序為 17、16、15 題，而且每題都有人解出來。若將只有一人解出來的題目叫做「困難題」、只有兩人解出來的題目叫做「中等題」、三人都解出來的題目叫做「容易題」，則「困難題」比「容易題」多_____題。
10. 已知 $a、b$ 為正數，且 $\frac{2022}{a+b} - \frac{4044}{a} + \frac{4044}{b} = 0$ ，則 $\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} =$ _____。

三、非選擇題 (每題 8 分，共 32 分) (請將完整推論過程寫在答案卷上，只有答案將不予計分。)

1. 某書店在舉辦特惠活動，下方為優惠方案說明。

甲方案：任選兩本書，第一本原價，第二本定價打五折。附註：兩本書定價不同時，以價低者折扣。

乙方案：購買兩本書以上，定價打七五折。

附註：兩個優惠方案活動不能合併使用。

- (1) 小善：「我買一本故事書和一本漫畫書，使用這兩種優惠方案的花費都一樣。」

小良：「這樣的話，你買的兩本書定價是相同的。」

根據兩人的對話，請問小良的說法是否正確，請完整說明你的理由。

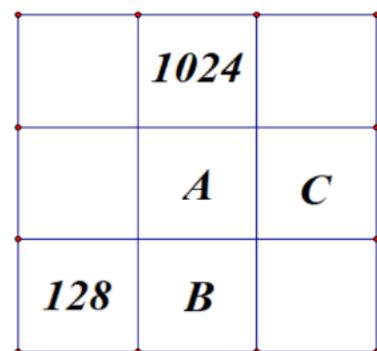
- (2) 小量：「我買一本字典和一本武俠小說，我發現甲方案和乙方案的花費相差 50 元。」

請問小量買的這兩本書定價相差多少元？甲方案和乙方案哪個方案花費的較少？

2. 有九個數字 4、8、16、32、64、128、256、512、1024。

- (1) 若 $4 \times 8 \times 16 \times 32 \times 64 \times 128 \times 256 \times 512 \times 1024 = 2^k$ ，則 $k = ?$

- (2) 將此九個數字分別填入圖(二)的九個方格中，使得所有直行、橫列與對角線上的每三個數的乘積都相等，則 $A = ? C = ?$

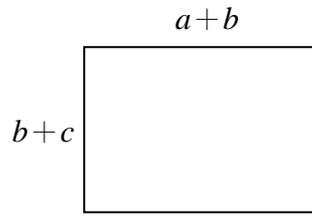


圖(二)

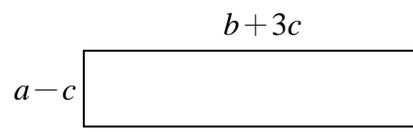
3. 我們在分析解決某些數學問題時，如果要比較兩個數或代數式的大小，解決問題的策略一般可以運用減法的運算來比較兩個數或代數式的大小。

若 $M-N>0$ ，則 $M>N$ ；若 $M-N=0$ ，則 $M=N$ ；若 $M-N<0$ ，則 $M<N$ 。

(1) 已知 $b>c$ ，圖(三)中長方形周長為 M_1 ，圖(四)中長方形周長為 N_1 ，請比較 M_1 、 N_1 的大小關係。



圖(三)



圖(四)

(2) 甲、乙兩人分別在不同地方購買同一種商品，已知他們購買商品的平均價格分別為每公斤 $\frac{a+b}{2}$ 元和每公斤 $\frac{2ab}{a+b}$ 元 (a 、 b 是正數，且 $a \neq b$)，請比較甲、乙兩人所購買商品平均價格的大小關係。

4. 有四個正整數由小到大依序為 a 、 b 、 c 、 d ，此四數兩兩的和分別可以得到六個數，這六個數由小到大依序為 x 、 y 、118、133、135、169。

(1) 在 a 、 b 、 c 、 d 中，哪兩數的和是 135？

(2) 請問 $x+y=?$

【試題結束】